به نام خدا

اصول شبیه سازی

منبع: شبیه سازی سیستمهای گسسته _ پیشامد محلوجی

میان ترم اول : تا پایان پیاده سازی جدولی	۵نمره
میان ترم دوم:پیاده سازی فلوچارت	۸ نمره
پایان ترم مباحث تشریحی	۵ نمره
پروژه	۲ نمره
حضور کلاس	۱ نمره

تعریف شبیه سازی

تقلید از عملکرد سیستم واقعی با گذشت زمان به منظور بررسی عملکرد سیستم

تعریف سیستم

مجموعه ای از عناصر که با نظم خاصی کنار هم قرار دارند و برای رسیدن به هدف مشخص با هم در ارتباطند

انواع مطالعه

مطالعه مستقیم: یعنی مطالعه و بررسی بر روی خود سیستم واقعی صورت گیرد.

مزیت: دقیق است

عیب: هزینه بر است

انواع مطالعه

مطالعه غیر مستقیم: یعنی مطالعه و بررسی بر روی مدل سیستم صورت گیرد.

مزیت: نسبتا کم هزینه است

عیب: دقیق نیست

انواع مدل ها

مدل ریاضی/ مدل فیزیکی

مدل ایستا/مدل پویا

مدل قطعی/مدل تصادفی

مدل پیوسته/مدل گسسته

شبیه سازی کامپوتری از نوع ریاضی-پویا-تصادفی و گسسته است

مزایای شبیه سازی کامپیوتری

-امکان فشرده سازی زمان

-امکان گسترده نمودن زمان

-امکان تکرار آزمایش با تغییر تنها یک پارامتر

-امکان توقف زمان

روشهای مدلسازی

۱- از سیستم واقعی به مدل
۲- ازصفر به مدل

روشهای ساده سازی مدل

۱- تبدیل متغییرها به مقادیر ثابت
۲- حذف متغییرها یا ادغام انها در یکدیگر
۳-فرض خطی بودن روابط
٤-افزودن محدودیتهای بیشتر
٥-حذف بعضی از محدودیتها

مراحل مدلسازی

۱- تعریف مساله و جمع آوری داده ها

۲- مدل سازی و طراحی الگوریتم

۳- برنامه نویسی

٤-طراحی آزمایش

٥- اعتبار سنجی

٦- تجزیه و تحلیل نتایج

شبیه سازی سیستم صف

مفاهیم:

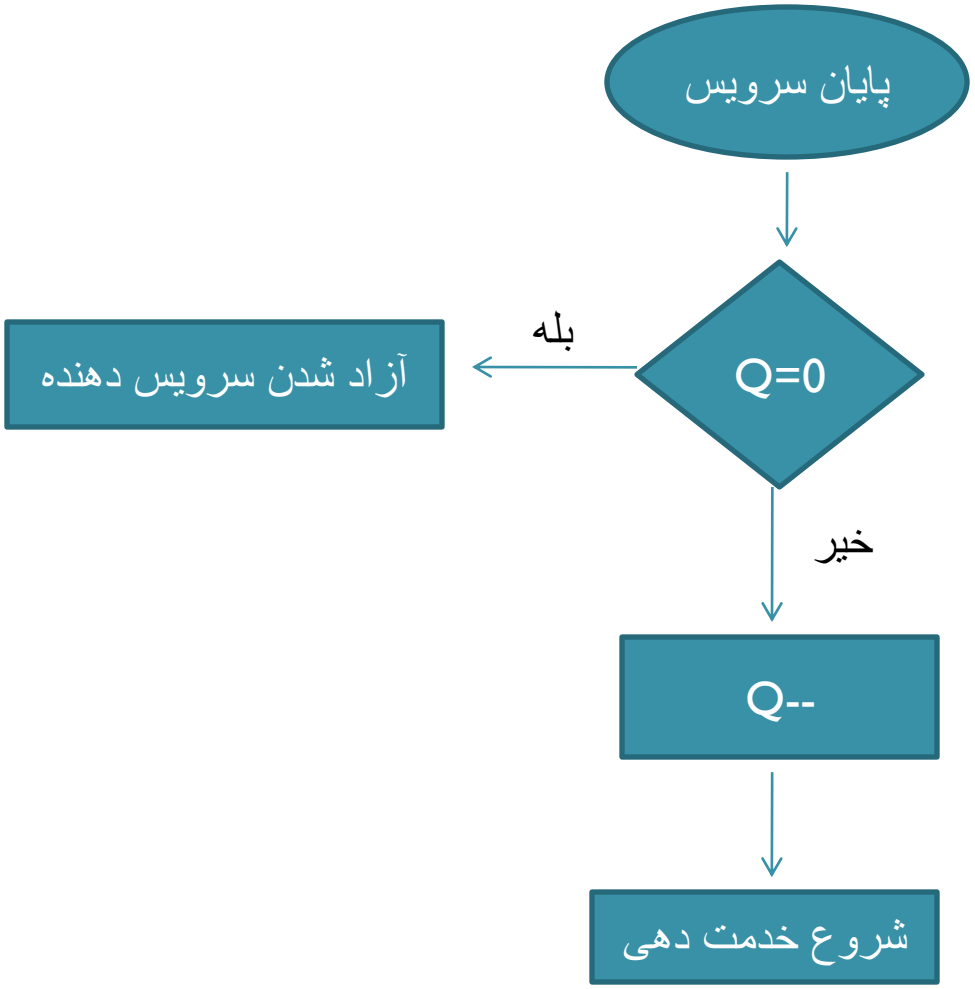
حالت سیستم: تعداد حاضران در صف و وضعیت سرویس دهنده

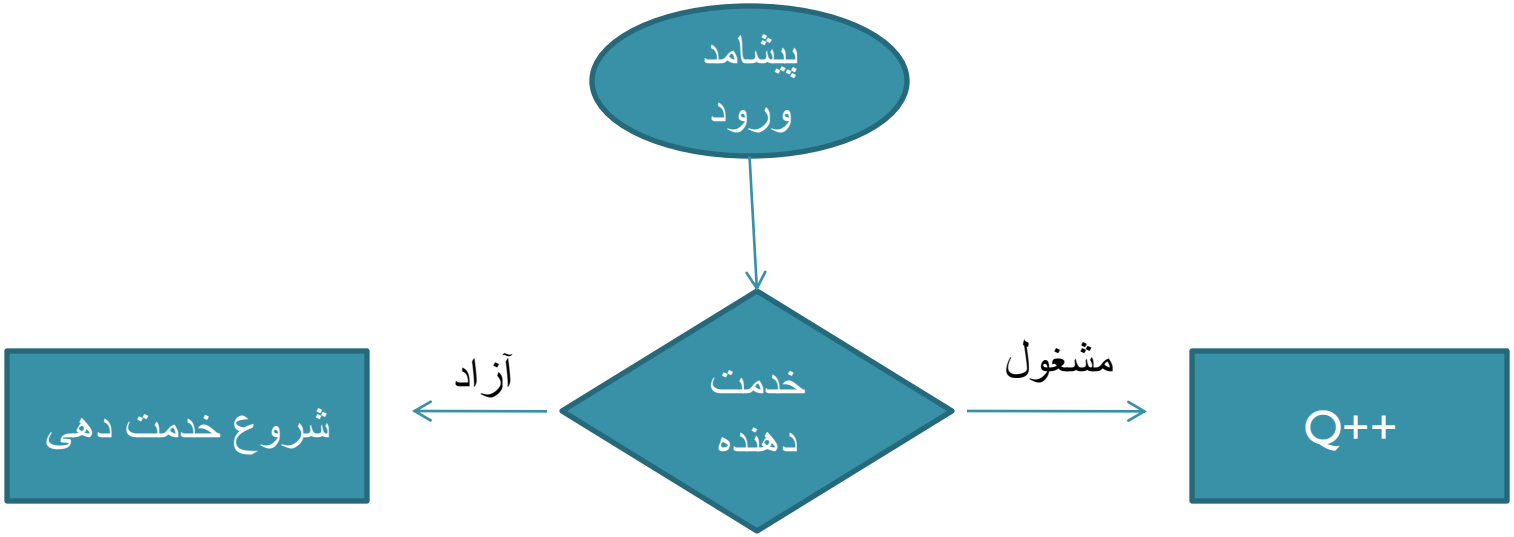
پیشامد: اتفاقی که منجر به تغییر حالت سیستم می شود

ورود مشتری، پایان سرویس

پارامترهای سیستم: فاصله بین ورود مشتری، مدت سرویس دهی

پارامتهای تصمیم: تعداد بهینه سرویس دهنده ها


پایان سرویس
Q=0
بله
آزاد شدن سرویس دهنده
خیر
Q--
شروع خدمت دهی


پیشامد
ورود
خدمت
دهنده
آزاد
مشغول
شروع خدمت دهی
Q++

وضعیت خدمت دهنده	وضعیت صف		
		غیر خالی	خالی
	مشغول		
	آزاد	غیر ممکن	

روش های تولید عدد تصادفی

۱–استفاده از کیسه گویی

۲– استفاده از جدول توزیع تجمعی

عدد تصادفی	احتمال تجمعی	احتمال	عدد
0	0.1	0.1	1
1-3	0.4	0.3	2
4-7	0.8	0.4	3
8-9	1.0	0.2	4

مثال ۱:

سیستمی را در نظر بگیرید که دارای یک سرویس دهنده و یک صف باشد. اگر فاصله بین ورود مشتری و مدت زمان سرویس بر اساس جداول زیر باشد سیستم را به مدت یک ساعت مدل نمایید و مدت متوسط انتظار در صف را بدست آورید.

فاصله بین ورود

بازه	احتمال تجمعی	احتمال	عدد
0-14	0.15	0.15	1
15-34	0.35	0.20	2
35-44	0.45	0.10	3
45-79	0.80	0.35	4
80-99	1.00	0.20	5

مدت سرویس دهی

بازه	احتمال تجمعی	احتمال	عدد
0	0.1	0.1	3
1-3	0.4	0.3	4
4-5	0.6	0.2	5
6-9	1.0	0.4	6

شماره مشتری	عدد تصادفی فاصله بین ورود	فاصله بین ورود	زمان ورود	زمان شروع	عدد تصادفی مدت خدمتدهی	مدت خدمتدهی	پایان خدمت	مدت انتظار
1	12	1	1	1	3	4	5	0
2	48	4	5	5	7	6	11	0
3	90	5	10	11	4	5	16	1
4	61	4	14	16	9	6	22	2
5	78	4	18	22	8	6	28	4
6	23	2	20	28	2	4	32	8
7	48	4	24	32	2	4	36	8
8	61	4	28	36	6	6	42	8
9	83	5	33	42	5	5	47	9
10	70	4	37	47	8	6	53	10
11	10	1	38	53	1	4	57	15
12	91	5	43	57	3	4	61	14
مجموع						60		79

مثال۲:مساله اتو رستوران هابیل و خباز

- اتو رستورانی در نظر بگیرید که در آن دو نفر به نام هابیل و خباز مسئول دریافت سفارش و آوردن غذا باشند. هابیل سریعتر از خباز است و همچنین در صورت آزاد بودن هر دو نفر هابیل غذا را می آورد. اطلاعات مربوطه طبق جداول زیر می باشد. سیستم را به مدت۴۵ دقیقه مدل کرده و مدت زمان خدمت دهی هر کدام را جداگانه بدست اورید.

فاصله بین ورود

بازه	احتمال تجمعی	احتمال	عدد
0 - 24	0.25	0.25	1
25 – 64	0.65	0.4	2
65 - 84	0.85	0.2	3
85 - 99	1.00	0.15	4

مدت خدمت دهی هابیل

عدد	احتمال	احتمال تجمعی	بازه
2	0.3	0.3	0 - 29
3	0.28	0.58	30 - 57
4	0.25	0.83	58 - 82
5	0.17	1.00	83 - 99

مدت خدمت دهی خباز

عدد	احتمال	احتمال تجمعی	بازه
3	0.35	0.35	0 – 34
4	0.25	0.60	35 – 59
5	0.2	0.80	60 – 79
6	0.2	1.00	80 - 99

شماره مشتری	عدد تصادفی فاطله بین ورود	فاصله بین ورود	زمان ورود	عدد تصادفی مدت خدمت دهی	زمان شروع هابیل	مدت خدمت دهی هابیل	پایان خدمتدهی هابیل	زمان شروع خباز	مدت خدمتدهی خباز	پایان خباز
1	46	2	2	13	2	2	4			
2	64	2	4	46	4	3	7			
3	87	4	8	81	8	4	12			
4	31	2	10	15				10	3	13
5	80	3	13	90	13	5	18			
6	93	4	17	40				17	4	21
7	10	1	18	62	18	4	22			
8	86	4	22	31	22	3	25			
9	41	2	24	74				24	5	29
10	67	3	27	65	27	4	31			
11	36	2	29	48				29	4	33
12	99	4	33	57	33	3	36			
13	57	2	35	61				35	5	40
14	43	2	37	36	37	3	40			
15	61	2	39	47	40	3	43			
16	12	1	40	86				40	6	46
مجموع						34			27	

مثال۳:شبیه سازی سیستم موجودی

روزنامه فروشی هر نسخه روزنامه را ۱۳ واحد پولی می خرد و به ۲۰ واحد پول می فروشد. روزنامه های فروش نرفته در انتهای روز به عنوان باطله و هر نسخه به ۲ واحد پول فروخته می شود. روزنامه ها در بسته های ده تایی قابل خریدن است و روزنامه فروش تنها می تواند ۵۰ ، ٦۰ و . . . روزنامه بخرد. از لحاظ چگونگی اخبار سه نوع روز خوب، متوسط و بد با احتمالات به ترتیب ۰.۳۵، ۰.٤۵ و ۰.۲۰ وجود دارد. میزان تقاضا در هر روز بر اساس جدول زیر می باشد. هدف مساله تعیین تعداد بهینه روزنامه هایی است که روزنامه فروش باید بخرد.

توزیع روزنامه های مورد تقاضا

	توزیع احتمال تقاضا		
تقاضا	خوب	متوسط	بد
40	0.03	0.10	0.44
50	0.05	0.18	0.22
60	0.15	0.40	0.16
70	0.20	0.20	0.12
80	0.35	0.08	0.06
90	0.15	0.04	0.00
100	0.07	0.00	0.00

تخصیص ارقام تصادفی برای روزنامه های مورد انتظار

	توزیع تجمعی			تخصیص اعداد تصادفی		
تقاضا	خوب	متوسط	بد	خوب	متوسط	بد
40	0.03	0.10	0.44	0-2	0-9	0-43
50	0.08	0.28	0.66	3-7	10-27	44-65
60	0.23	0.68	0.82	8-22	28-67	66-81
70	0.43	0.88	0.94	23-42	68-87	82-93
80	0.78	0.96	1.00	43-77	88-95	94-99
90	0.93	1.00	1.00	78-92	96-99	-
100	1.00	1.00	1.00	93-99	-	-

تخصیص اعداد تصادفی برای تعیین نوع روز

نوع روز	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفص
خوب	0.35	0.35	0-34
متوسط	0.45	0.80	35-79
بد	0.20	1.00	80-99

روز	عدد تصادفی نوع روز	نوع روز	عدد تصادفی تقاضا	تقاضا	درامد حاصل از فروش	درامد حاصل از فروش باطله
1	94	بد	80	60	1200	20
2	77	متوسط	20	50	1000	40
3	49	متوسط	15	50	1000	40
4	45	متوسط	88	80	1400	
5	43	متوسط	98	90	1400	
6	32	خوب	65	80	1400	
7	49	متوسط	86	70	1400	
8	00	خوب	73	80	1400	
9	16	خوب	24	70	1400	
10	24	خوب	60	80	1400	
11	31	خوب	60	80	1400	
12	14	خوب	29	70	1400	
13	41	متوسط	18	50	1000	40
14	61	متوسط	90	80	1400	
15	85	بد	93	70	1400	

مثال ٤:فرض کنید بالاترین سطح موجودی ۱۱ و دوره بررسی ۵ روز باشد. مساله در مورد براورد متوسط واحدهای مانده در انبار در پایان روز و تعداد روزهایی که شرایط کمبود وجود داشته از طریق شبیه سازی است. شبیه سازی تحت شرایطی اغاز شده که سطح موجودی ۳ واحد بوده و ورود یک سفارش ۸ واحدی در مدت دو روز برنامه ریزی شده است.

تخصیص اعداد تصادفی برای تقاضای روزانه

تقاضا	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۰	۰.۱۰	۰.۱۰	۰–۹
۱	۰.۲۵	۰.۳۵	۱۰–۳٤
۲	۰.۳۵	۰.۷۰	۳۵–٦۹
۳	۰.۲۱	۰.۹۱	۷۰–۹۰
٤	۰.۰۹	۱.۰۰	۹۱–۹۹

تخصیص ارقام تصادفی برای مهلت تحویل

مهلت تحویل(روز)	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۱	۰.۶	۰.۶	۰–۵
۲	۰.۳	۰.۹	۶–۸
۳	۰.۱	۱.۰	۹

دور	روز	موجودی ابتدای روز	ارقام تصادفی تقاضا	تقاضا	موجودی در انتهای روز	مقدار کمبود	مقدار سفارش	ارقام تصادفی مهلت تحویل	روز مانده تا ورود سفارش
1	1	3	24	1	2				
	2	2	35	2	0				
	3	8	65	2	6				
	4	6	81	3	3				
	5	3	54	2	1		10	5	1
2	6	1	03	0	1				
	7	11	87	3	8				
	8	8	27	1	7				
	9	7	73	3	4				
	10	4	70	3	1		10	0	1
3	11	1	47	2	0	1			
	12	10	45	2	8				
	13	8	48	2	6				
	14	6	17	1	5				
	15	5	09	0	5		6	9	3

مثال پایایی

- یک ماشین فرز، سه برینگ مختلف دارد که در جریان کار دچار خرابی می شوند. با خرابی برینگ فرز از کار می افتد و تعمیرکار احضار می شود. مدت عمر هر برینگ و مدت تاخیر تعمیرکار در ورود به محل برای تعمیر برینگ ها متغییر های تصادفی به شرح زیر می باشند.
- هزینه هر برینگ=16
- دستمزد تعمیر کار= ساعتی 12
- هزینه از کار افتادگی فرز= دقیقه ای 5
- تعویض 1 برینگ = 20 دقیقه
- تعویض 3 برینگ = 40 دقیقه

توزیع عمر برینگ ها

عمر برینگ	احتمال	احتمال تجمعی	ارقام تصادفی
1000	0.1	0.1	01-10
1100	0.13	0.23	11-23
1200	0.25	0.48	24-48
1300	0.13	0.61	49-61
1400	0.09	0.7	62-70
1500	0.12	0.82	71-82
1600	0.02	0.84	83-84
1700	0.06	0.9	85-90
1800	0.05	0.95	91-95
1900	0.05	1	96-00

توزیع مدت تاخیر تعمیرکار

مدت تاخیر (دقیقه)	احتمال	احتمال تجمعی	ارقام تصادفی
5	0.6	0.6	1-6
10	0.3	0.9	7-9
15	0.1	1	0

شبیه سازی وضعیت فعلی

	برینگ ۱					برینگ ۲					برینگ ۳				
	ارقام تصادفی	عمر (ساعت)	عمر تجمعی (ساعت)	ارقام تصادفی	تأخیر (دقیقه)	ارقام تصادفی	عمر (ساعت)	عمر تجمعی (ساعت)	ارقام تصادفی	تأخیر (دقیقه)	ارقام تصادفی	عمر (ساعت)	عمر تجمعی (ساعت)	ارقام تصادفی	تأخیر (دقیقه)
۱	۶۷	۱۴۰۰	۱۴۰۰	۲	۵	۷۱	۱۵۰۰	۱۵۰۰	۰	۱۵	۷۶	۱۵۰۰	۱۵۰۰	۰	۱۵
۲	۰۸	۱۰۰۰	۲۴۰۰	۳	۵	۴۳	۱۲۰۰	۲۷۰۰	۷	۱۰	۶۵	۱۴۰۰	۲۹۰۰	۲	۵
۳	۴۹	۱۳۰۰	۳۷۰۰	۱	۵	۸۶	۱۷۰۰	۴۴۰۰	۳	۵	۶۱	۱۴۰۰	۴۳۰۰	۷	۱۰
۴	۸۴	۱۶۰۰	۵۳۰۰	۷	۱۰	۹۳	۱۸۰۰	۶۲۰۰	۱	۵	۹۶	۱۹۰۰	۶۲۰۰	۱	۵
۵	۴۴	۱۲۰۰	۶۵۰۰	۸	۱۰	۸۱	۱۶۰۰	۷۸۰۰	۲	۵	۶۵	۱۴۰۰	۷۶۰۰	۳	۵
۶	۳۰	۱۲۰۰	۷۷۰۰	۱	۵	۴۴	۱۲۰۰	۹۰۰۰	۸	۱۰	۵۶	۱۳۰۰	۸۹۰۰	۳	۵
۷	۱۰	۱۰۰۰	۸۷۰۰	۲	۵	۱۹	۱۱۰۰	۱۰۱۰۰	۱	۵	۱۱	۱۱۰۰	۱۰۰۰۰	۶	۵
۸	۶۳	۱۴۰۰	۱۰۱۰۰	۸	۱۰	۵۱	۱۳۰۰	۱۱۴۰۰	۱	۵	۸۶	۱۷۰۰	۱۱۷۰۰	۳	۵
۹	۰۲	۱۰۰۰	۱۱۱۰۰	۳	۵	۴۵	۱۳۰۰	۱۲۷۰۰	۷	۱۰	۵۷	۱۳۰۰	۱۳۰۰۰	۱	۵
۱۰	۰۲	۱۰۰۰	۱۲۱۰۰	۸	۱۰	۱۲	۱۱۰۰	۱۳۸۰۰	۸	۵	۴۹	۱۳۰۰	۱۴۳۰۰	۴	۵
۱۱	۷۷	۱۵۰۰	۱۳۶۰۰	۷	۱۰	۴۸	۱۳۰۰	۱۵۱۰۰	۰	۱۵	۳۶	۱۲۰۰	۱۵۵۰۰	۸	۱۰
۱۲	۵۹	۱۳۰۰	۱۴۹۰۰	۵	۵	۰۹	۱۰۰۰	۱۶۱۰۰	۸	۱۰	۴۴	۱۲۰۰	۱۶۷۰۰	۲	۵
۱۳	۲۳	۱۱۰۰	۱۶۰۰۰	۵	۵	۴۴	۱۲۰۰	۱۷۳۰۰	۱	۵	۹۴	۱۸۰۰	۱۸۵۰۰	۱	۵
۱۴	۵۳	۱۳۰۰	۱۷۳۰۰	۹	۱۰	۴۶	۱۲۰۰	۱۸۵۰۰	۲	۵	۸۷	۱۵۰۰	۲۰۰۰۰	۷	۱۰
۱۵	۸۵	۱۷۰۰	۱۹۰۰۰	۶	۵	۴۰	۱۲۰۰	۱۹۷۰۰	۸	۱۰					
۱۶	۷۵	۱۵۰۰	۲۰۵۰۰	۴	۵	۵۲	۱۳۰۰	۲۱۰۰۰	۵	۵					
					۱۱۰					۱۲۵					۹۵

هزینه ها در وضعیت فعلی

- هزینه برینگ ها= 46*16
- هزینه مدت تاخیر=5*(110+125+95)
- هزینه از کار افتادگی =5*20*46
- هزینه تعمیر کار=(12/60)*20*46

شبیه سازی حالت تعویض همزمان سه برینگ

	عمر برینگ ۱ (ساعت)	عمر برینگ ۲ (ساعت)	عمر برینگ ۳ (ساعت)	اولین خرابی (ساعت)	عمر تجمعی (ساعت)	ارقام تصادفی	تأخیر (دقیقه)
۱	۱۴۰۰	۱۵۰۰	۱۵۰۰	۱۴۰۰	۱۴۰۰	۳	۵
۲	۱۰۰۰	۱۲۰۰	۱۴۰۰	۱۰۰۰	۲۴۰۰	۷	۱۰
۳	۱۳۰۰	۱۷۰۰	۱۴۰۰	۱۳۰۰	۳۷۰۰	۵	۵
۴	۱۶۰۰	۱۸۰۰	۱۹۰۰	۱۶۰۰	۵۳۰۰	۱	۵
۵	۱۲۰۰	۱۶۰۰	۱۴۰۰	۱۲۰۰	۶۵۰۰	۴	۵
۶	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۱۳۰۰	۱۲۰۰	۷۷۰۰	۳	۵
۷	۱۰۰۰	۱۱۰۰	۱۱۰۰	۱۰۰۰	۸۷۰۰	۷	۱۰
۸	۱۴۰۰	۱۳۰۰	۱۷۰۰	۱۳۰۰	۱۰۰۰۰	۸	۱۰
۹	۱۰۰۰	۱۳۰۰	۱۳۰۰	۱۰۰۰	۱۱۰۰۰	۸	۱۰
۱۰	۱۰۰۰	۱۱۰۰	۱۳۰۰	۱۰۰۰	۱۲۰۰۰	۳	۵
۱۱	۱۵۰۰	۱۳۰۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۱۳۲۰۰	۲	۵
۱۲	۱۳۰۰	۱۰۰۰	۱۲۰۰	۱۰۰۰	۱۴۲۰۰	۴	۵
۱۳	۱۱۰۰	۱۲۰۰	۱۸۰۰	۱۱۰۰	۱۵۳۰۰	۱	۵
۱۴	۱۳۰۰	۱۲۰۰	۱۵۰۰	۱۲۰۰	۱۶۵۰۰	۶	۵
۱۵	۱۷۰۰	۱۲۰۰	۱۴۰۰ (۶۳)	۱۲۰۰	۱۷۷۰۰	۲	۵
۱۶	۱۵۰۰	۱۳۰۰	۱۱۰۰ (۲۱)	۱۱۰۰	۱۸۸۰۰	۷	۱۰
۱۷	۱۷۰۰ (۸۵)	۱۳۰۰ (۵۳)	۱۱۰۰ (۲۳)	۱۱۰۰	۱۹۹۰۰	۰	۱۵
۱۸	۱۰۰۰ (۰۵)	۱۲۰۰ (۲۹)	۱۳۰۰ (۵۱)	۱۰۰۰	۲۰۹۰۰	۵	۵
							۱۲۵

هزینه های روش پیشنهادی

- هزینه برینگ ها = 54*16
- هزینه تاخیر = 125*5
- هزینه از کار افتادگی=18*40*5
- هزینه تعمیرکار=(12/60)*40*18

روش لیست اولویت پیشامد

- در این روش یک لیست به طول تعداد پیشامدها وجود دارد که در آن پیشامدها بر اساس زمان اتفاق مرتب شده است در ادامه این روش به کمک یک مثال توضیح داده می‌شود

روش لیست اولویت پیشامد

- مثال: فروشگاه مواد غذایی با یک باجه صندوق در نظر بگیرید اگر مدت بین ورود و مدت خدمت دهی بر اساس جدول زیر باشد. جدول لیست اولویت پیشامد را برای آن رسم کنید و مدت خدمت دهی و ماکزیمم طول صف را بدست آورید.

مدت بین ورود	8	6	1	8	3	8	4	5	8
مدت خدمت دهی	4	1	4	3	2	4	5	6	4

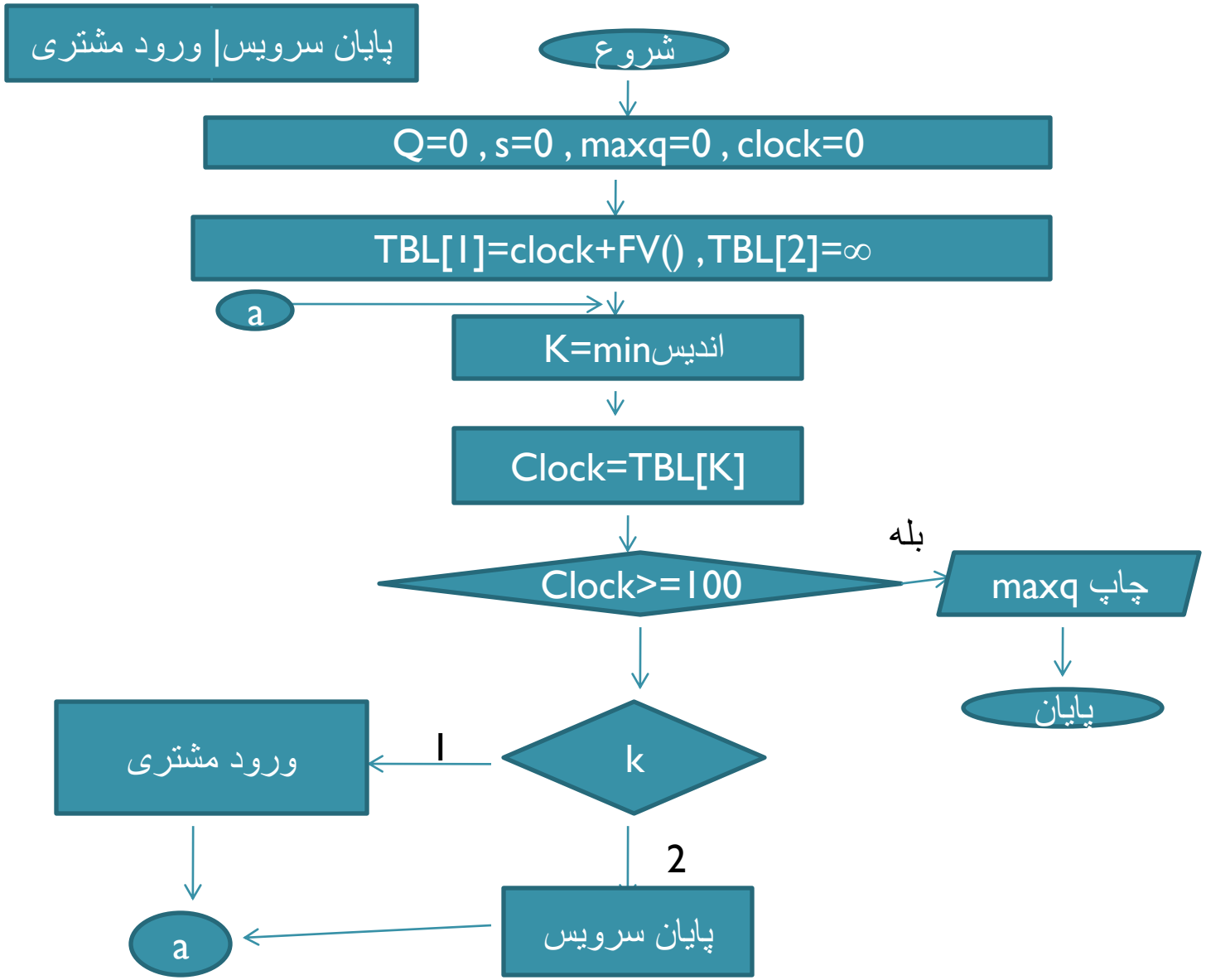
- LQ(t) : طول صف
- LS(t) : وضعیت سرویس دهنده
- B : مدت زمان خدمت دهی تا کنون
- MQ : ماکزیمم طول صف
- عناصرفهرست پیشامد: (زمان پیشامد، نوع پیشامد)
- A : پیشامد ورود
- D : پیشامد پایان سرویس
- E : پیشامد پایان شبیه سازی

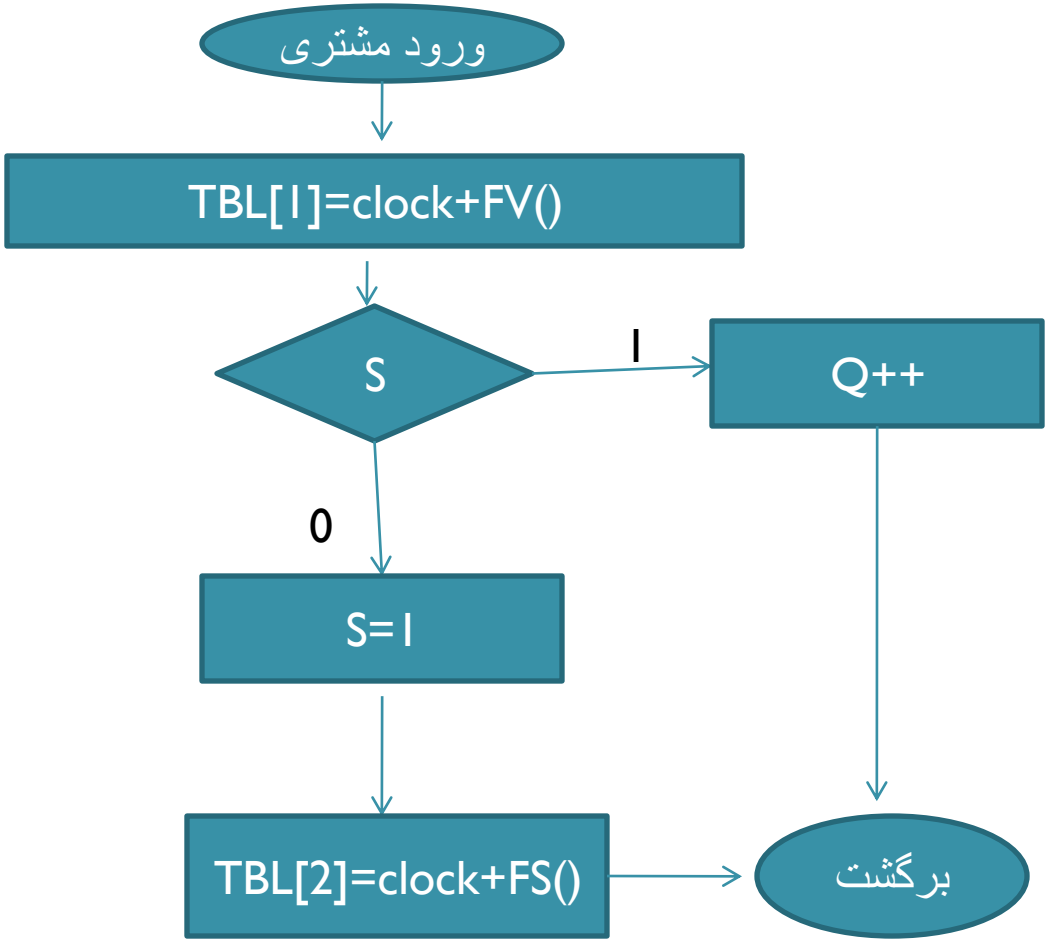
ساعت	LQ(t)	LS(t)	فهرست پیشامدها	B	MQ
۰	۰	۱	(D,4)(A,8)(E,60)	۰	۰
٤	۰	۰	(A,8)(E,60)	٤	۰
۸	۰	۱	(D,9)(A,14)(E,60)	٤	۰
۹	۰	۰	(A,14)(E,60)	٥	۰
١٤	۰	۱	(A,15)(D,18)(E,60)	٥	۰
١٥	۱	۱	(D,18)(A,23)(E,60)	٦	۱
١٨	۰	۱	(D,21)(A,23)(E,60)	۹	۱
٢١	۰	۰	(A,23)(E,60)	١٢	۱
٢٣	۰	۱	(D,25)(A,26)(E,60)	١٢	۱

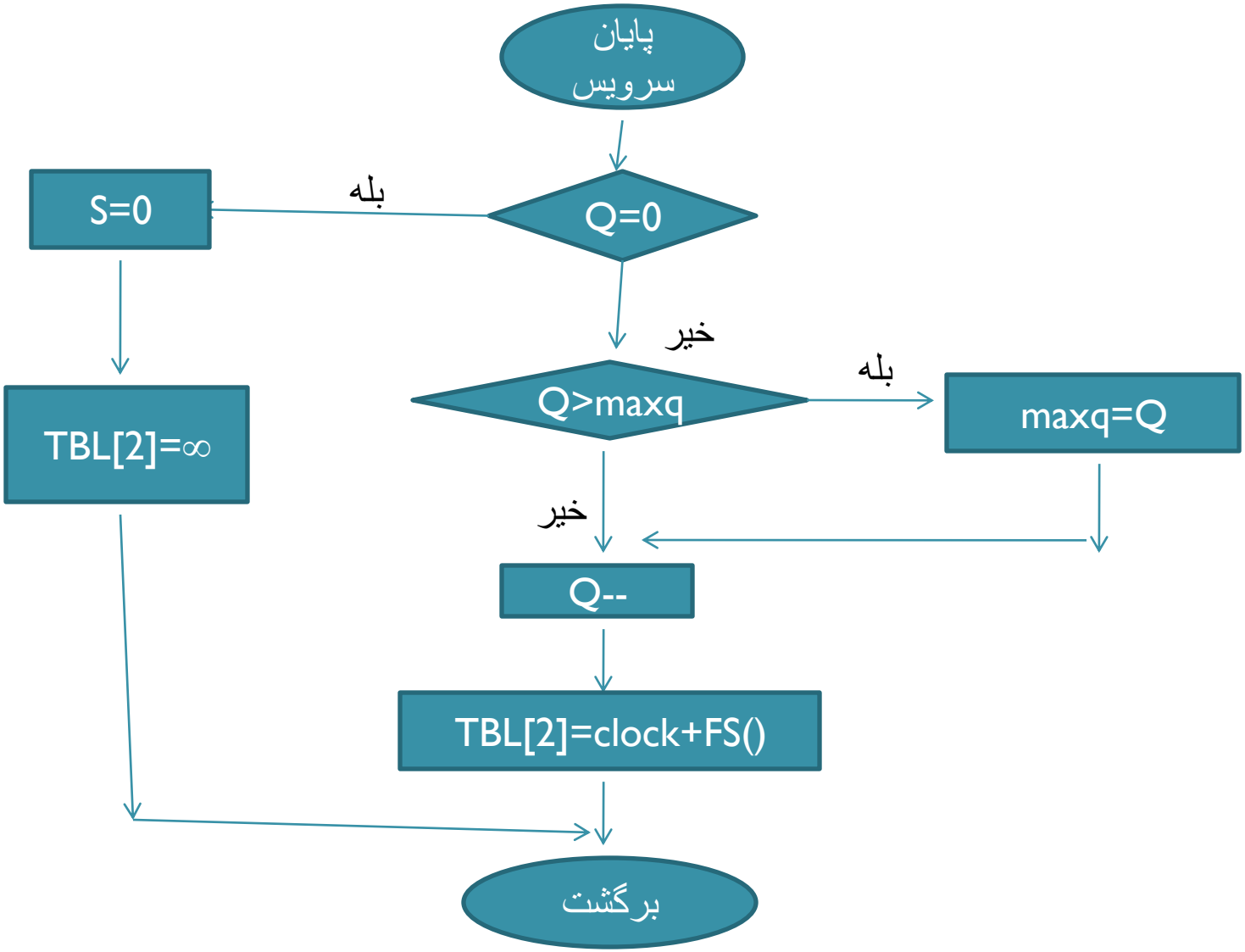
MQ	B	فهرست پیشامدها	LS(t)	LQ(t)	ساعت
١	١٤	(A,26)(E,60)	٠	٠	٢٥
١	١٤	(D,30)(A,34)(E,60)	١	٠	٢٦
١	١٨	(A,34)(E,60)	٠	٠	٣٠
١	١٨	(A,38)(D,39)(E,60)	١	٠	٣٤
١	٢٢	(D,39)(A,43)(E,60)	١	١	٣٨
١	٢٣	(A,43)(D,45)(E,60)	١	٠	٣٩
١	٢٧	(D,45)(A,51)(E,60)	١	١	٤٣

مثال۵: سیستمی را در نظر بگیرید که دارای یک سرویس دهنده و یک صف باشد. فاصله بین ورود مشتری بر اساس FV() و مدت سرویس دهی بر اساس FS() می باشد. سیستم را مدل سازی نمایید. و حداکثر طول صف را چاپ کنید.

TBL

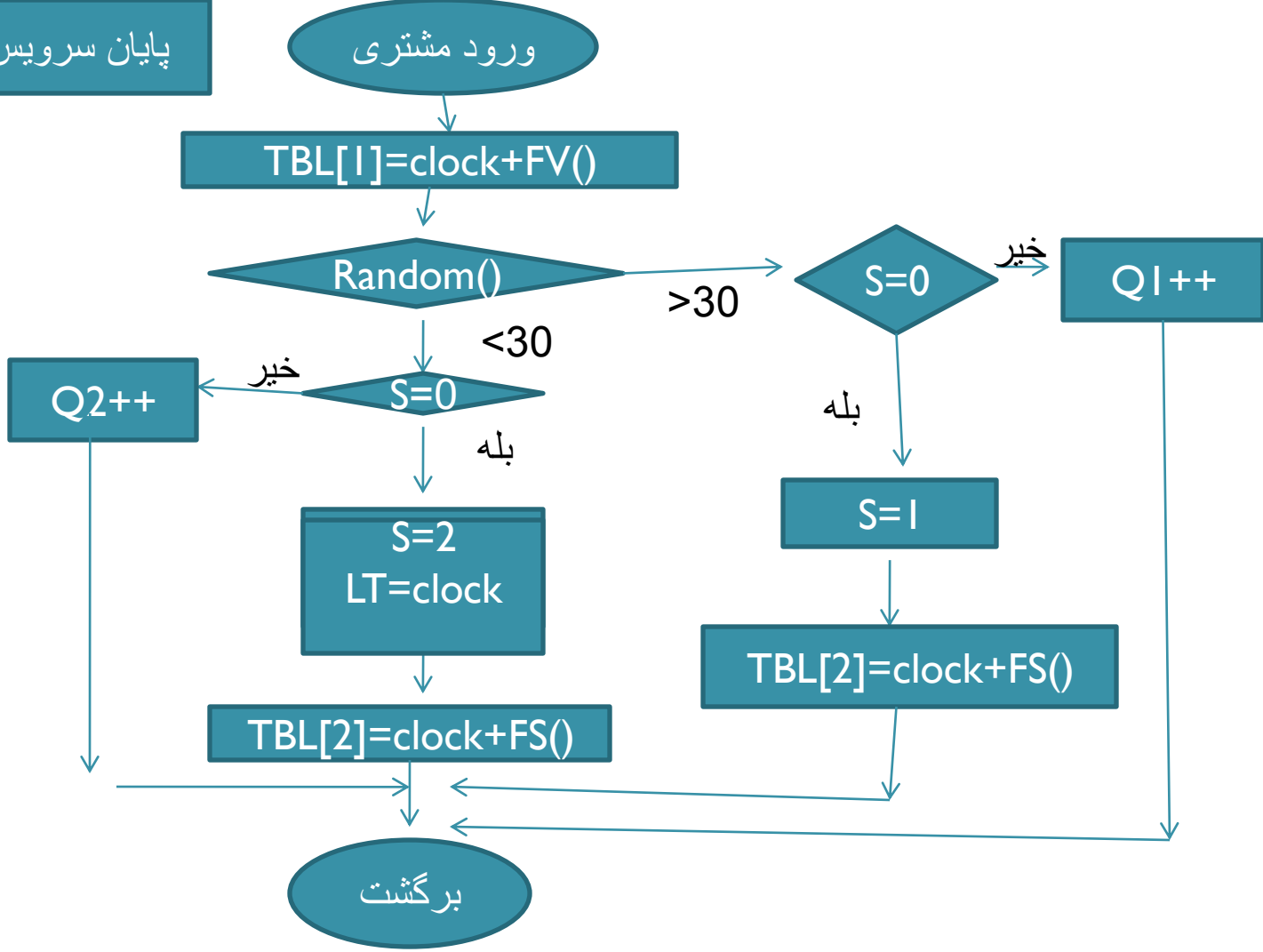

پایان سرویس| ورود مشتری
شروع
Q=0 , s=0 , maxq=0 , clock=0
TBL[1]=clock+FV() ,TBL[2]=∞
a
K=minاندیس
Clock=TBL[K]
بله
Clock>=100
چاپ maxq
پایان
ورود مشتری
1
k
2
a
پایان سرویس

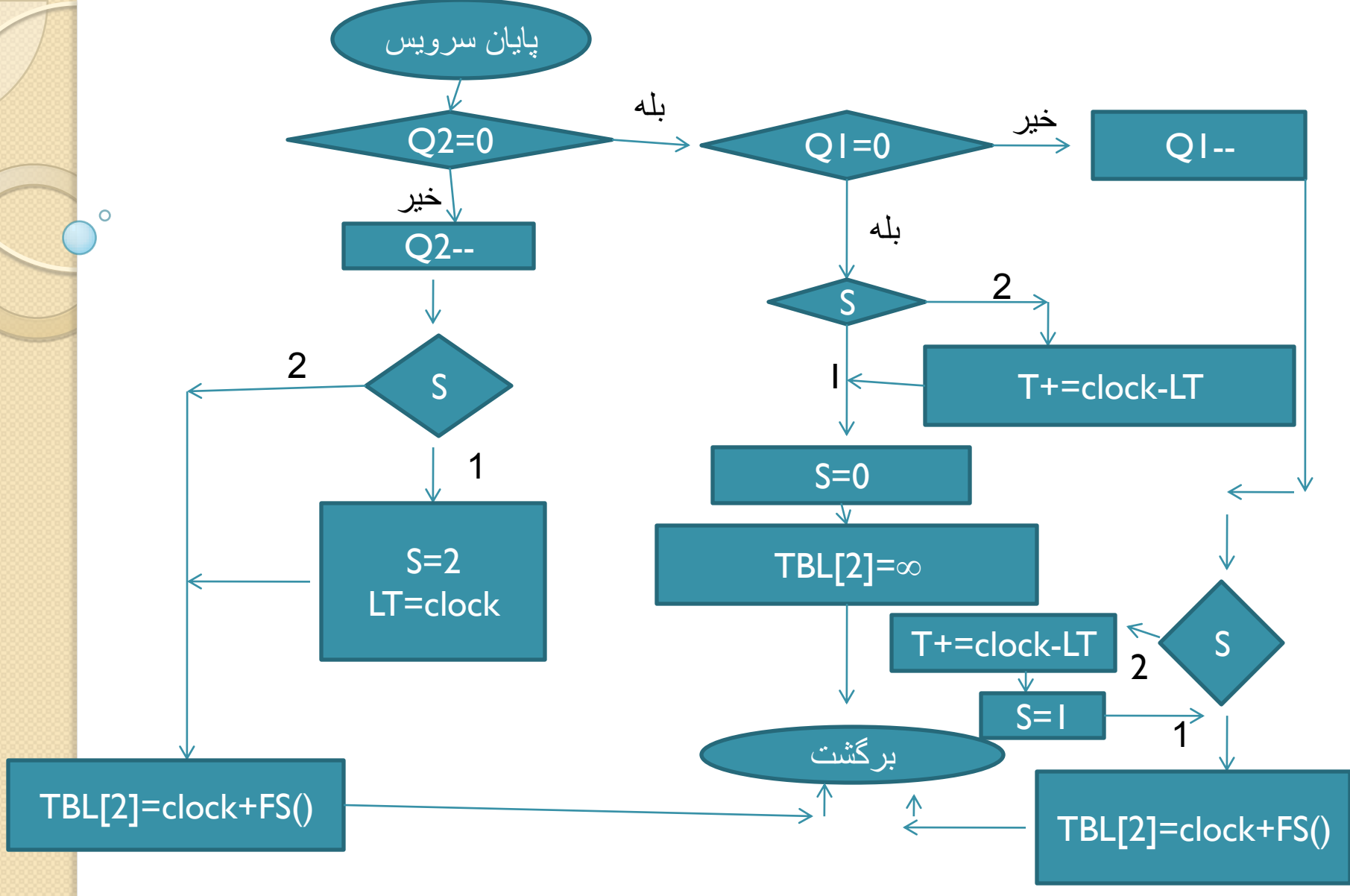

ورود مشتری
TBL[1]=clock+FV()
S
1
Q++
0
S=1
TBL[2]=clock+FS()
برگشت


پایان
سرویس
Q=0
بله
S=0
خیر
Q>maxq
بله
maxq=Q
TBL[2]=∞
خیر
Q--
TBL[2]=clock+FS()
برگشت

مثال ٦: سیستمی را در نظر بگیرید که دارای یک سرویس دهنده می باشد. مشتریها بر اساس فاصله بین ورود FV() وارد سیستم شده و سرویس دهنده بر اساس FS() سرویس ارائه می دهد. اگر ۳۰ درصد مشتریان، مشتری اضطراری باشند و برای انها صف جداگانه ای در نظر گرفته شود. سیستم را شبیه سازی کرده و مدت زمانی که سرویس دهنده در حال سرویس دادن به مشتریان اضطراری بوده است را گزارش دهد. تا زمانیکه مشتری اضطراری وجود دارد مشتری عادی سرویس دریافت نمی کند.

پایان سرویس | ورود مشتری




پایان سرویس
Q2=0
بله
خیر
Q2--
S
2
1
S=2
LT=clock
TBL[2]=clock+FS()
Q1=0
خیر
Q1--
بله
S
2
1
T+=clock-LT
S=0
TBL[2]=∞
T+=clock-LT
S
2
S=1
1
برگشت
TBL[2]=clock+FS()

مثال۷: سیستمی را در نظر بگیرید که دارای یک سرویس دهنده می باشد و دو نوع مشتری داریم. مشتری معمولی و مشتری اضطراری که هر کدام صف مربوط به خود را دارند. اولویت با مشتری اضطراری است و در صورت ورود مشتری اضطراری اگر سرویس دهنده در حال سرویس به مشتری معمولی باشد مشتری معمولی باید کنار گذاشته شود تا مشتری اضطراری سرویس دریافت کند و مشتری معمولی دوباره وارد سیستم شود و سرویس دریافت نماید. تعداد دفعاتی که مشتری معمولی کنار گذاشته شده است چقدر است.

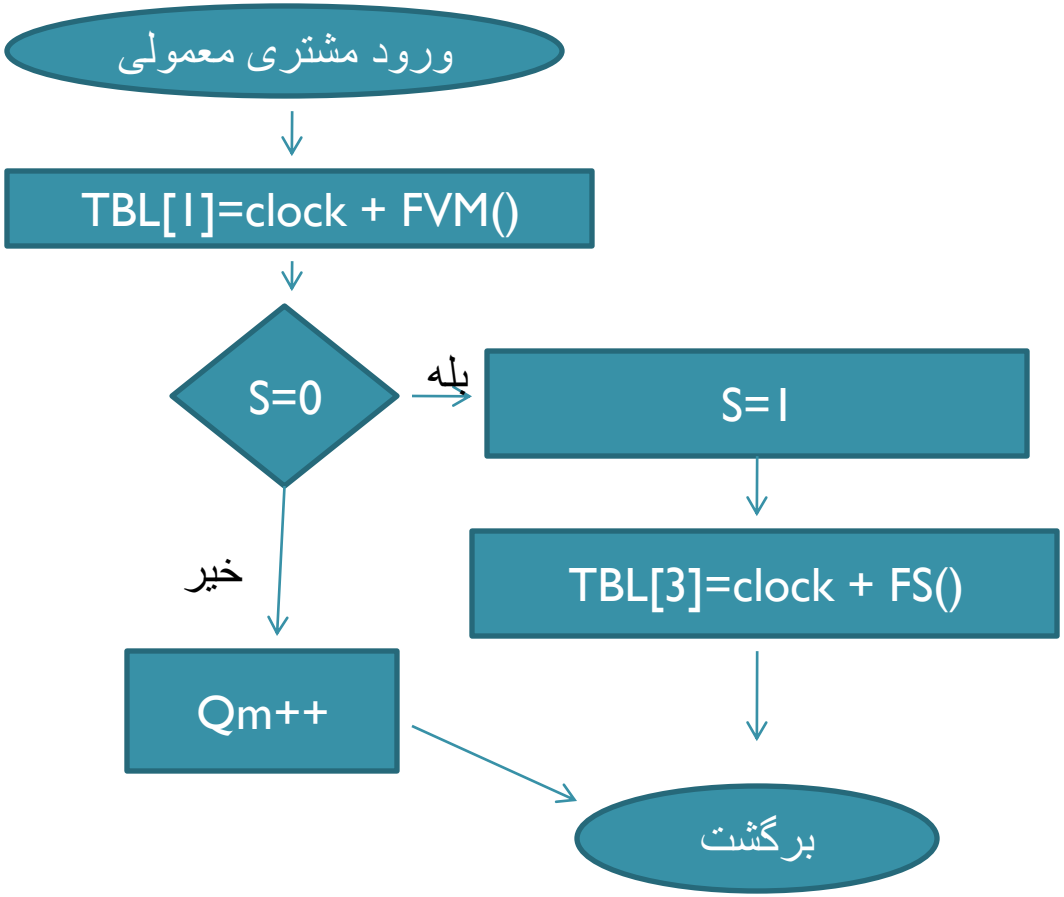
فاصله بین ورود مشتری معمولی FVM()

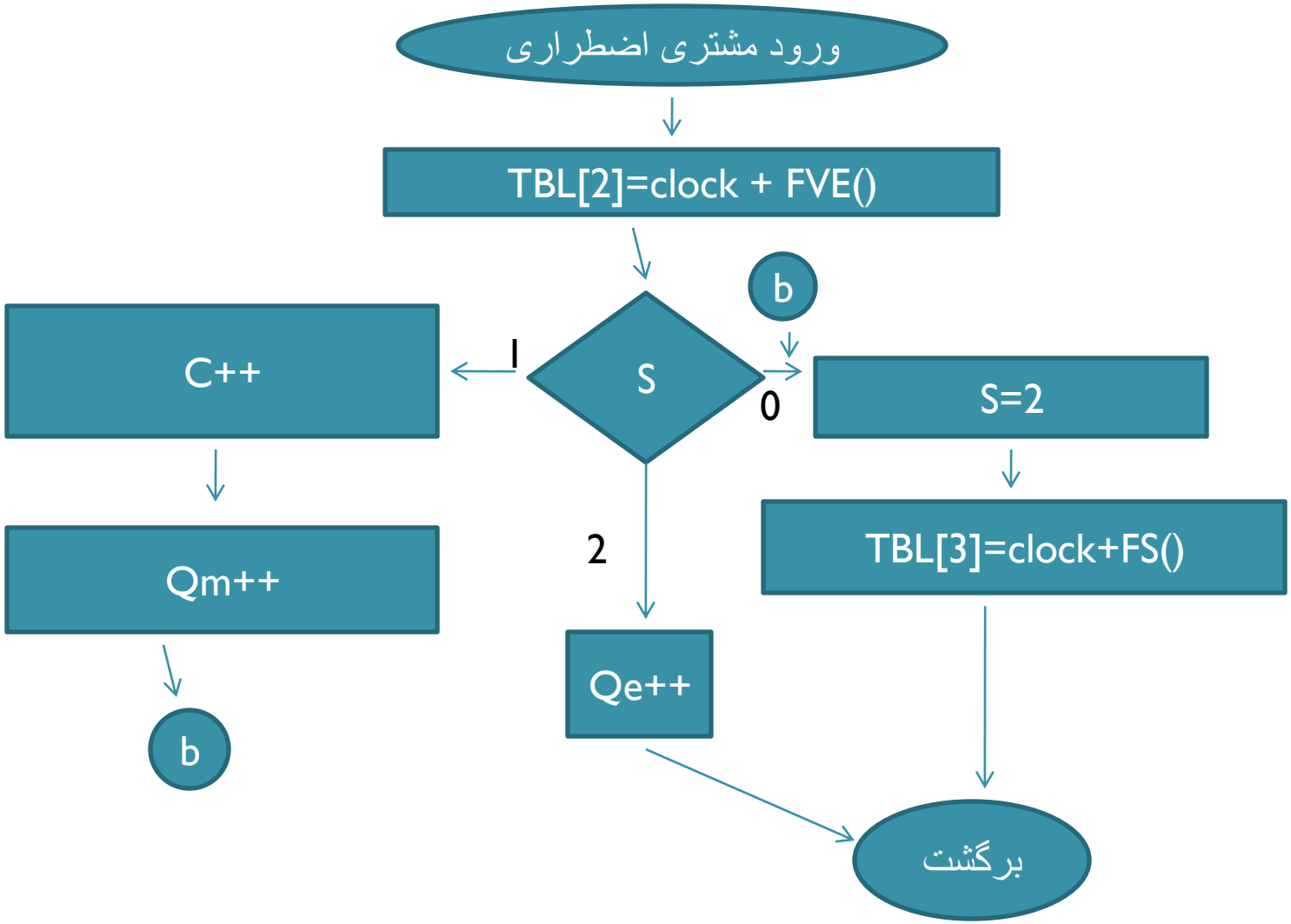
فاصله بین ورود مشتری اضطراری FVE()

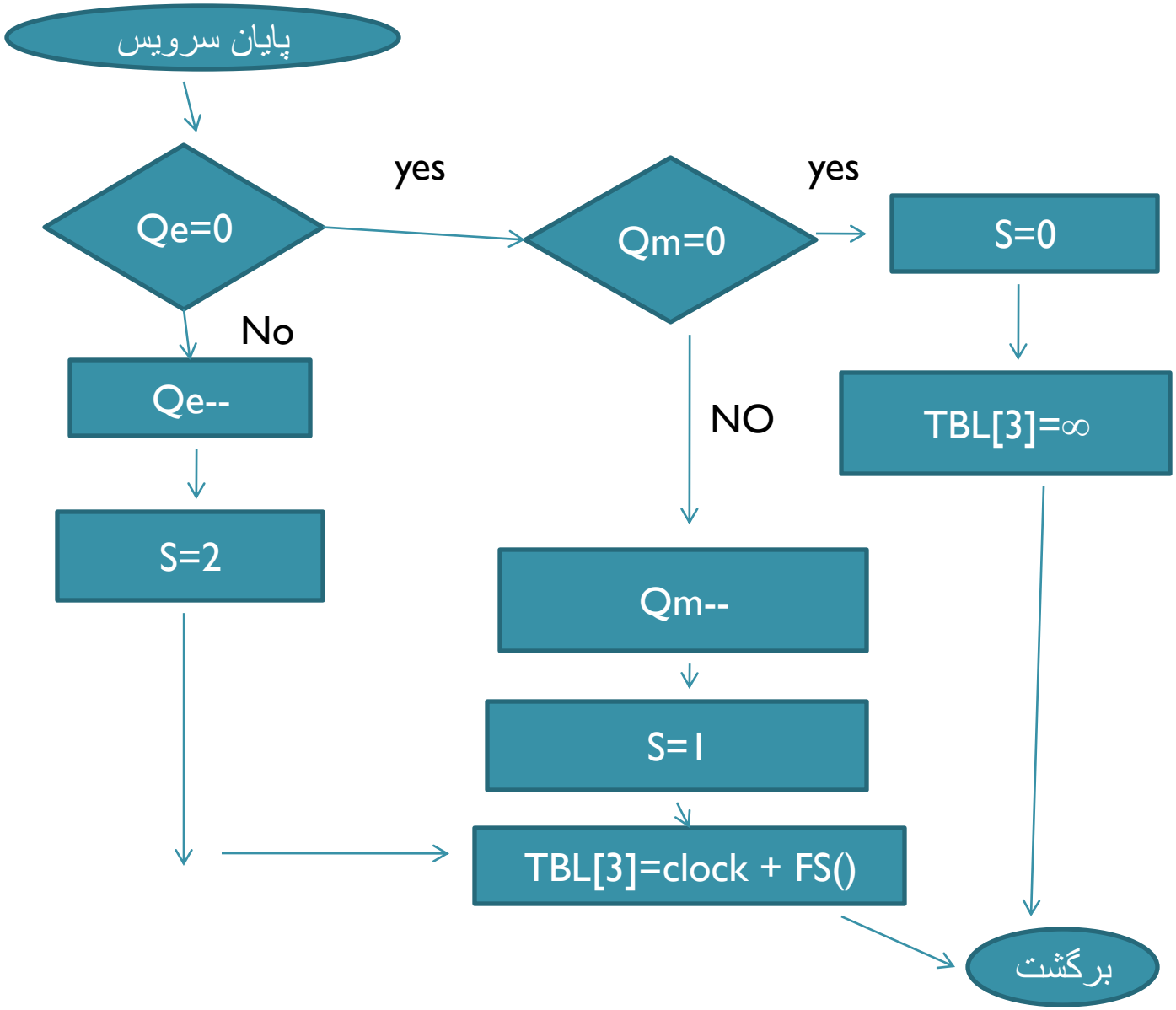
مدت سرویس دهی FS()

فرض: اگر سرویس دهنده در حال سرویس دادن به مشتری معمولی است s=1 و اگر در حال سرویس دادن به مشتری اضطراری است s=2و در صورت آزاد بودن s=0 می باشد.

پایان سرویس | ورود اضطراری | ورود معمولی




ورود مشتری اضطراری
TBL[2]=clock + FVE()
b
S
1
0
2
C++
Qm++
b
S=2
TBL[3]=clock+FS()
Qe++
برگشت


پایان سرویس
Qe=0
yes
Qm=0
yes
S=0
No
Qe--
NO
TBL[3]=∞
S=2
Qm--
S=1
TBL[3]=clock + FS()
برگشت

مثال۸: سیستمی را در نظر بگیرید که دارای یک سرویس دهنده می باشد و دو نوع مشتری داریم. مشتری معمولی و مشتری اضطراری که هر کدام صف مربوط به خود را دارند. اولویت با مشتری اضطراری است و در صورت ورود مشتری اضطراری اگر سرویس دهنده در حال سرویس به مشتری معمولی باشد مشتری معمولی باید کنار گذاشته شود تا مشتری اضطراری سرویس دریافت کند و مشتری معمولی دوباره وارد سیستم شود و ادامه سرویس را دریافت نماید. مدت زمان سرویس عبارت است از باقیمانده مدت سرویس. تعداد دفعاتی که مشتری معمولی کنار گذاشته شده است چقدر است.

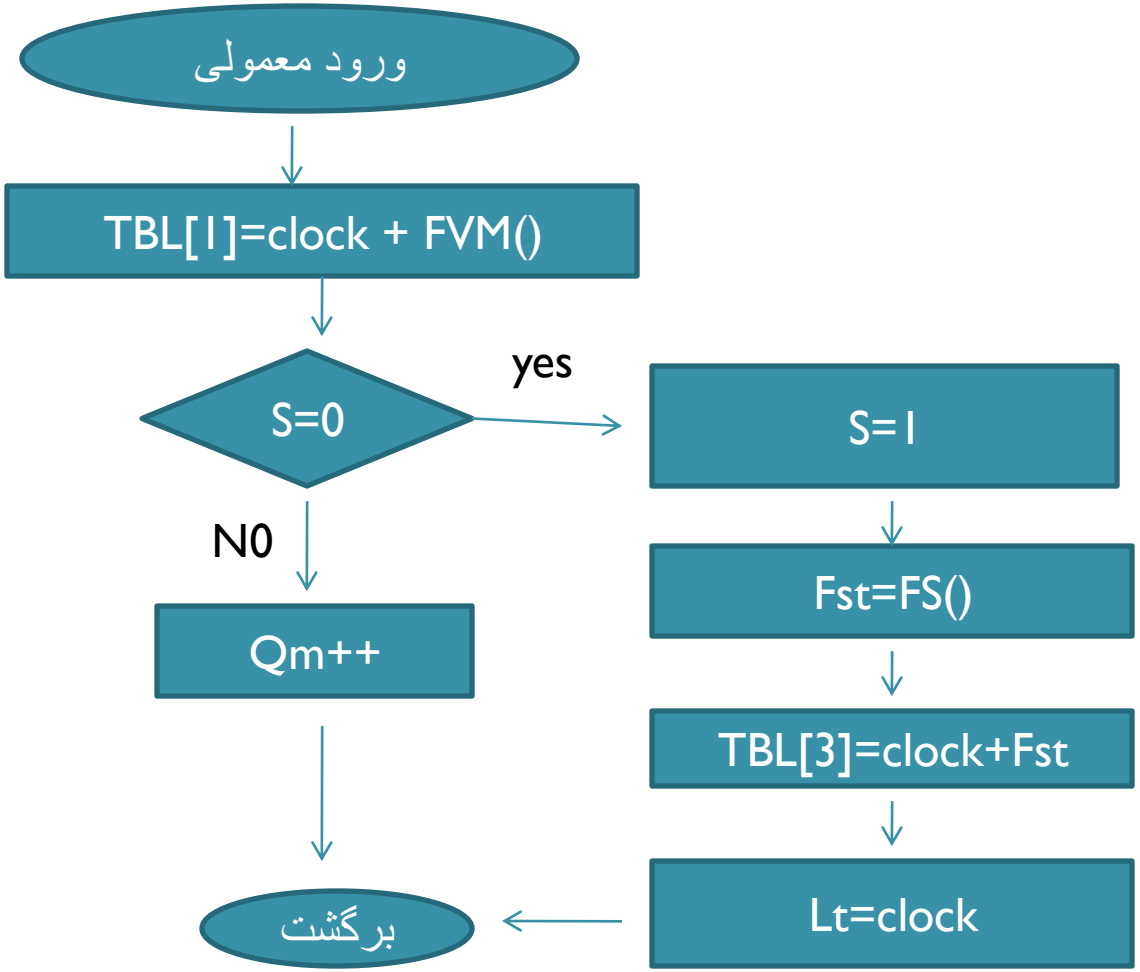
فاصله بین ورود مشتری معمولی FVM()

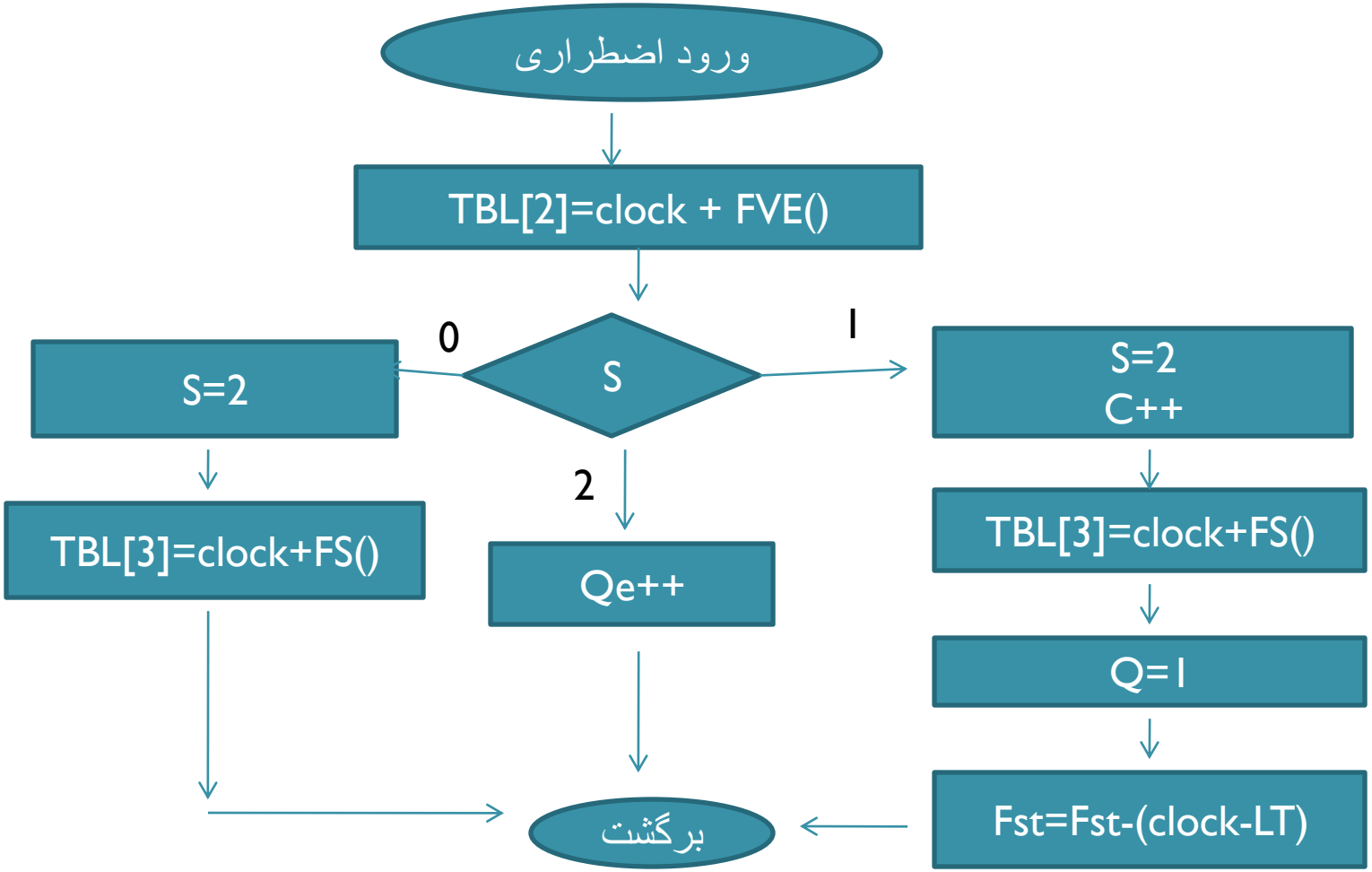
فاصله بین ورود مشتری اضطراری FVE()

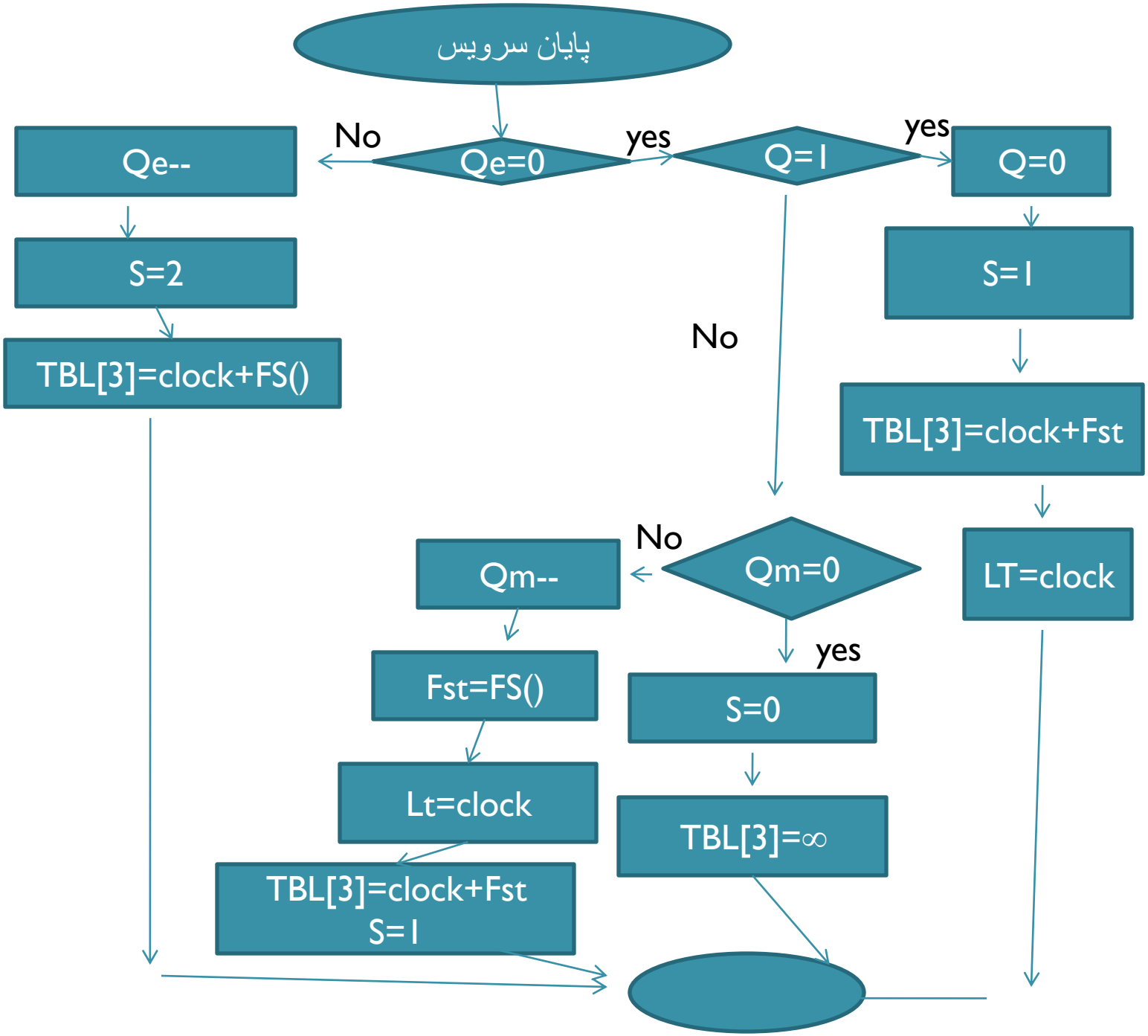
مدت سرویس دهی FS()

فرض: اگر سرویس دهنده در حال سرویس دادن به مشتری معمولی است s=1 و اگر در حال سرویس دادن به مشتری اضطراری است s=2و در صورت آزاد بودن s=0 می باشد.

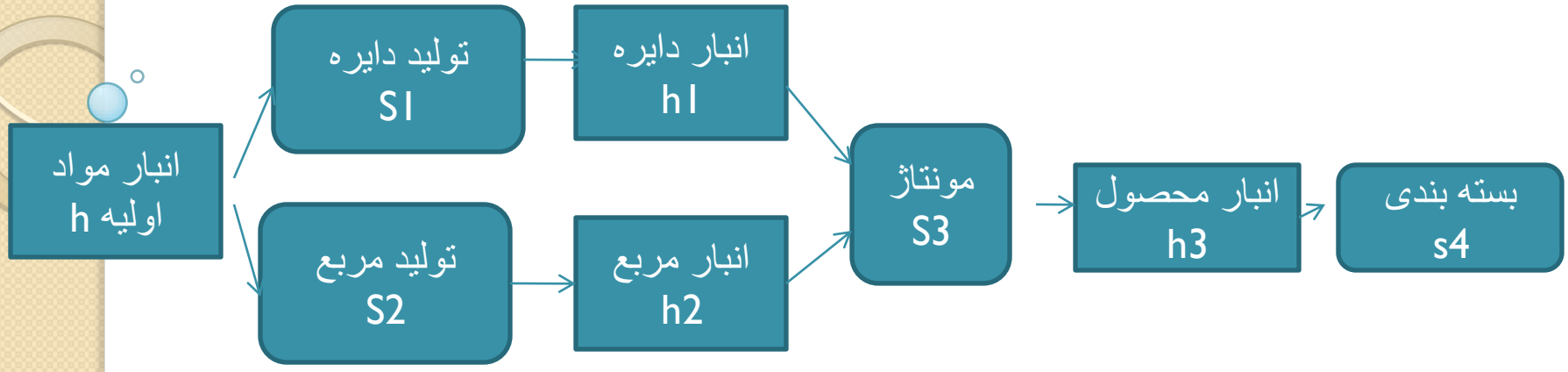
پایان سرویس | ورود اضطراری| ورود معمولی




ورود اضطراری
TBL[2]=clock + FVE()
S
0
1
2
S=2
TBL[3]=clock+FS()
Qe++
S=2
C++
TBL[3]=clock+FS()
Q=1
Fst=Fst-(clock-LT)
برگشت


پایان سرویس
Qe=0
No
Qe--
S=2
TBL[3]=clock+FS()
yes
Q=1
yes
Q=0
S=1
TBL[3]=clock+Fst
LT=clock
No
Qm=0
No
Qm--
Fst=FS()
Lt=clock
TBL[3]=clock+Fst
S=1
yes
S=0
TBL[3]=∞

مثال ۹:سیستمی را در نظر بگیرید که دارای شرایط زیر باشد



مدت تولید دایره TS1() میزان مصرف ماده اولیه جهت تولید دایره V1

مدت تولید مربع TS2() میزان مصرف ماده اولیه جهت تولید دایره V2

مدت مونتاژ TS3()

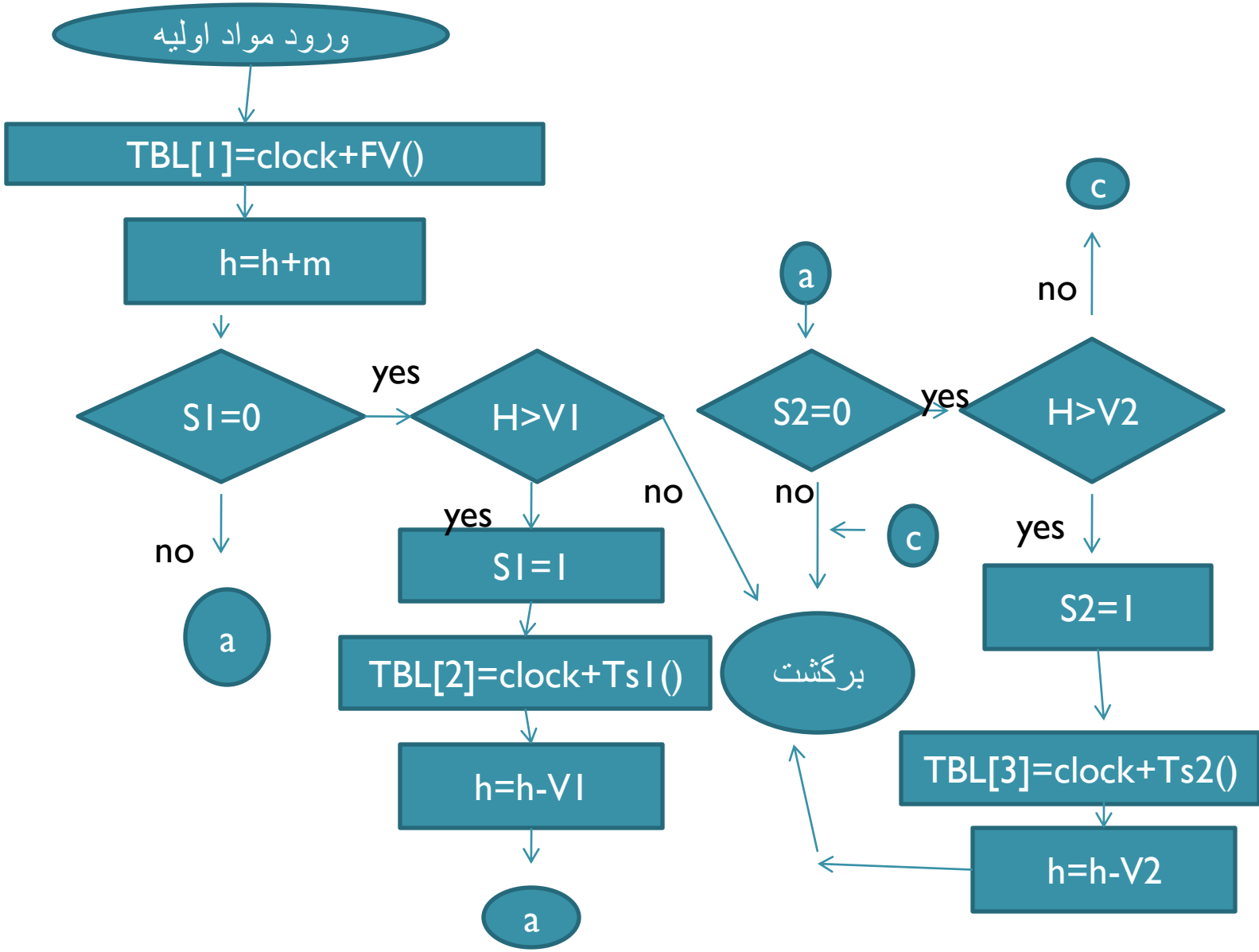
مدت بسته بندی TS4()

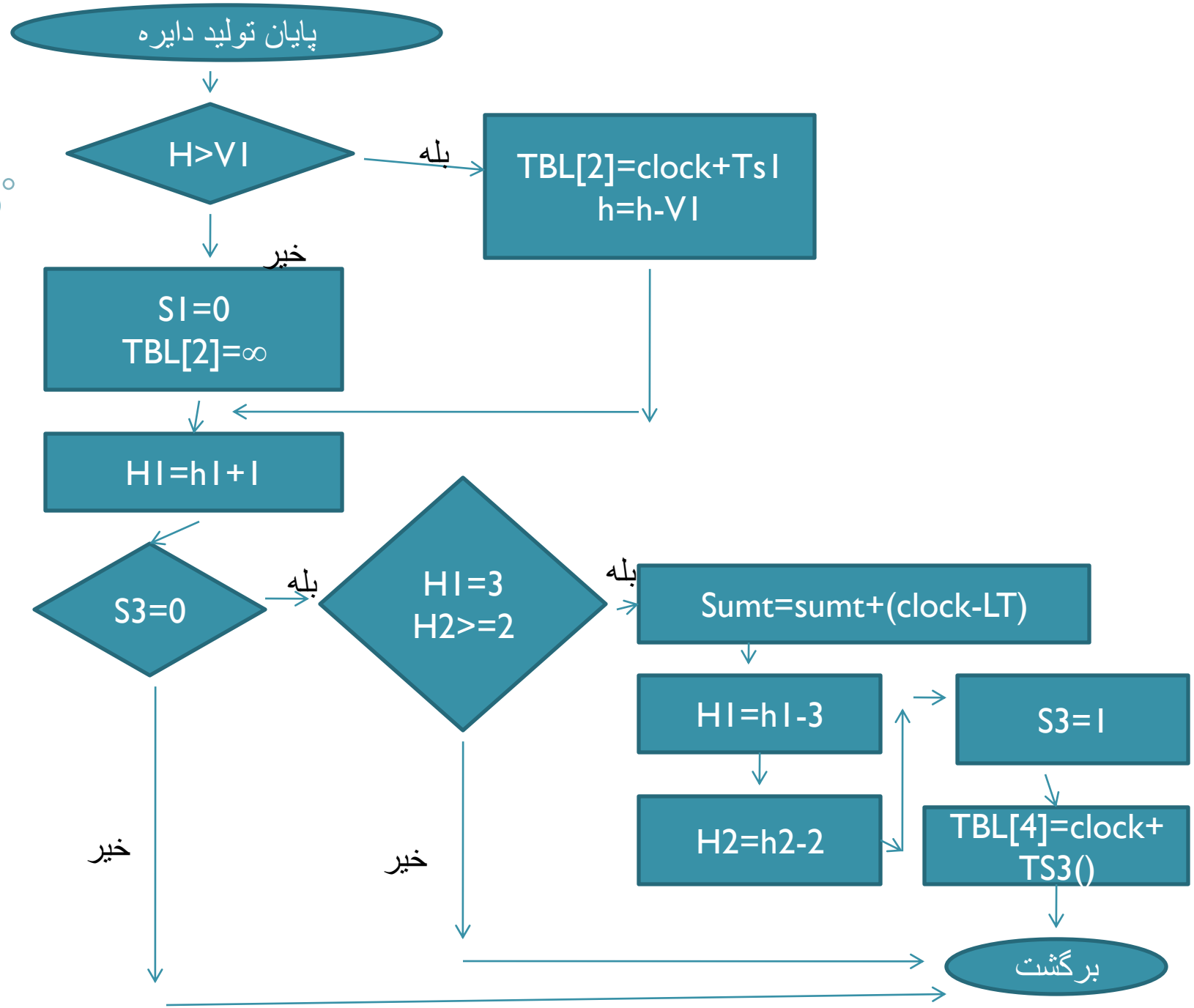
فاصله بین ورود مواد اولیه FV()

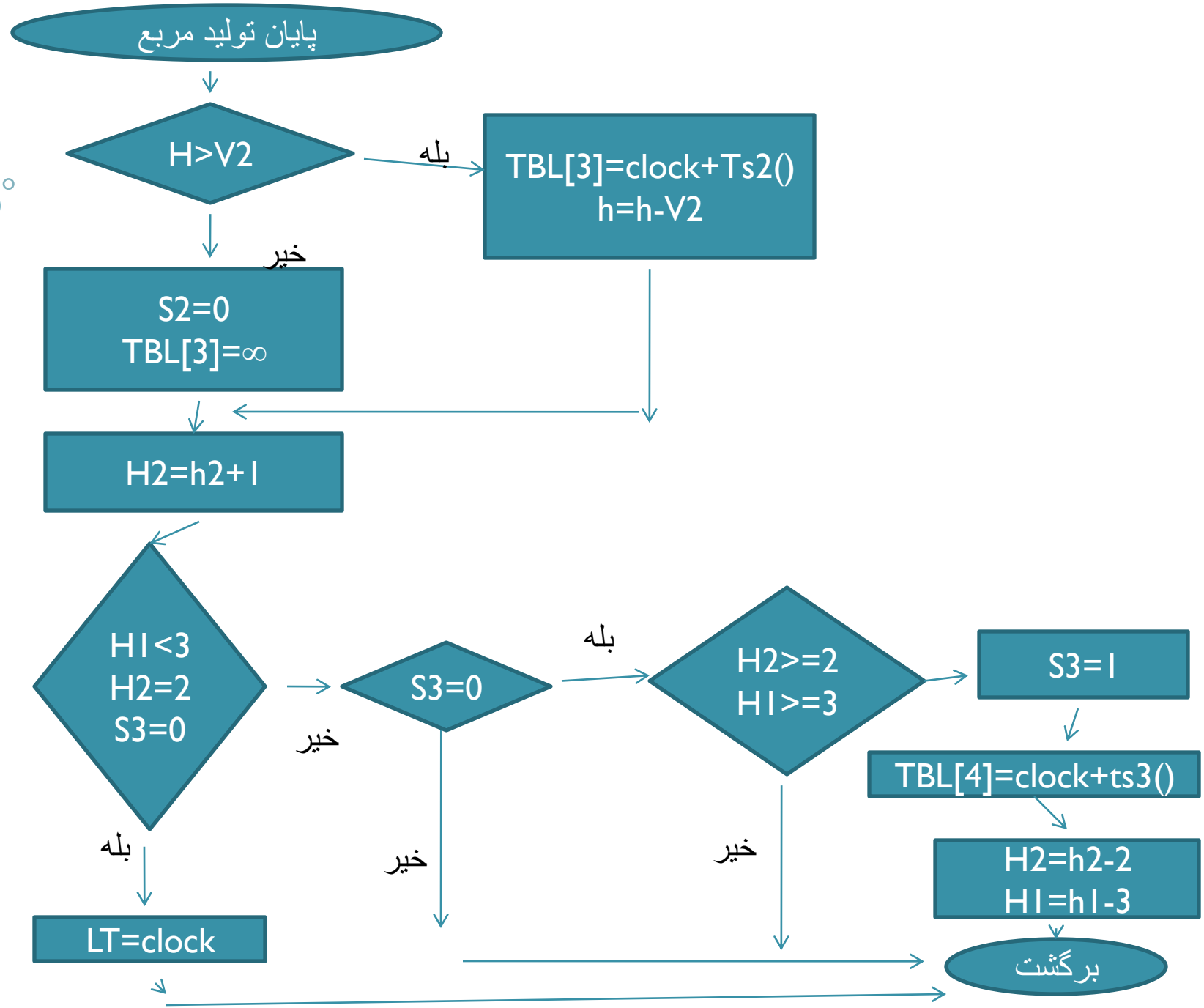
برای تولید هر محصول سه دایره و دو مربع نیاز است و هر ۱۰ قطعه محصول تولیدی بسته بندی می شود.

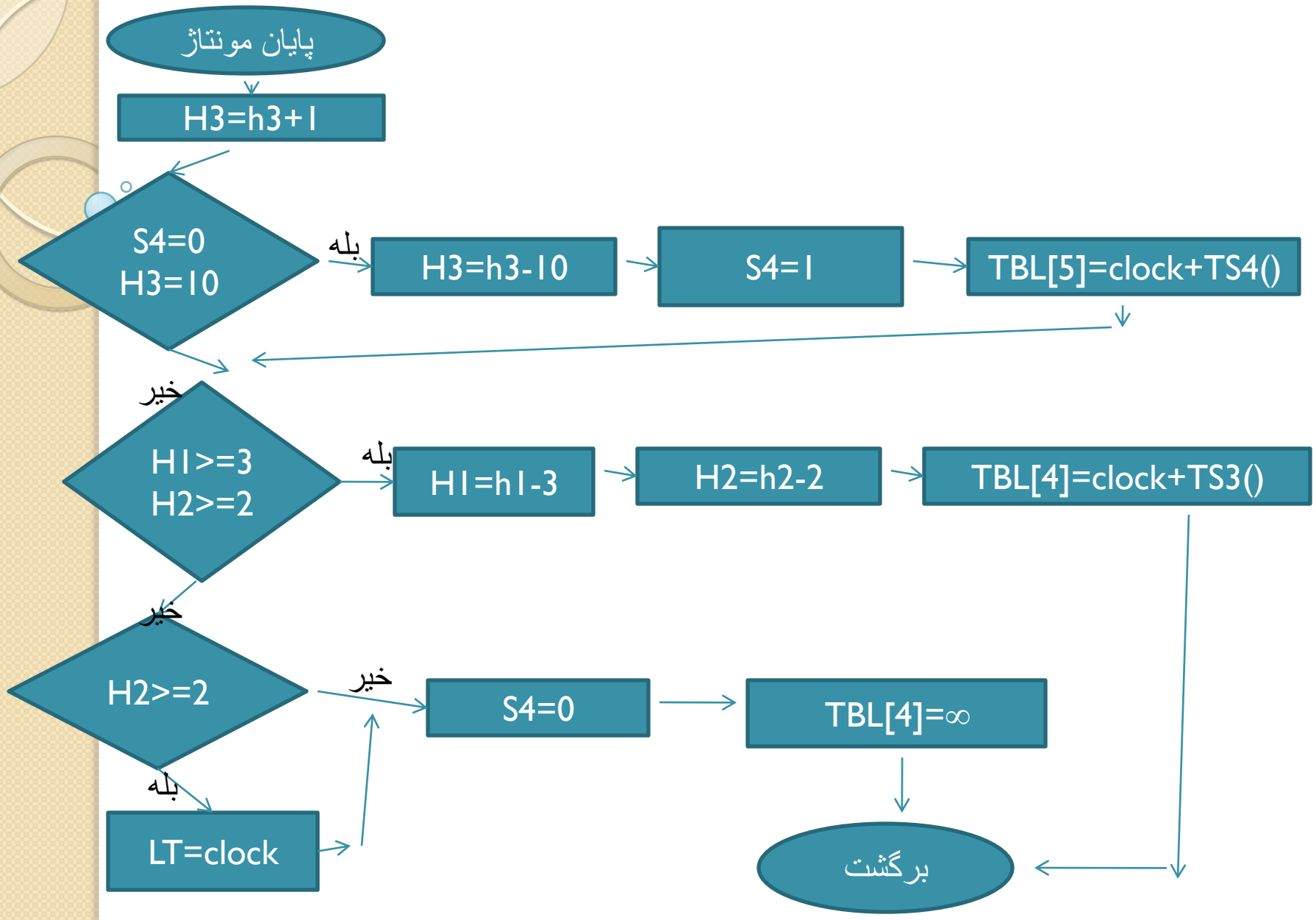
گزارش: دستگاه مونتاژ چه مدت به خاطر فقط نبود دایره بیکار بوده است.

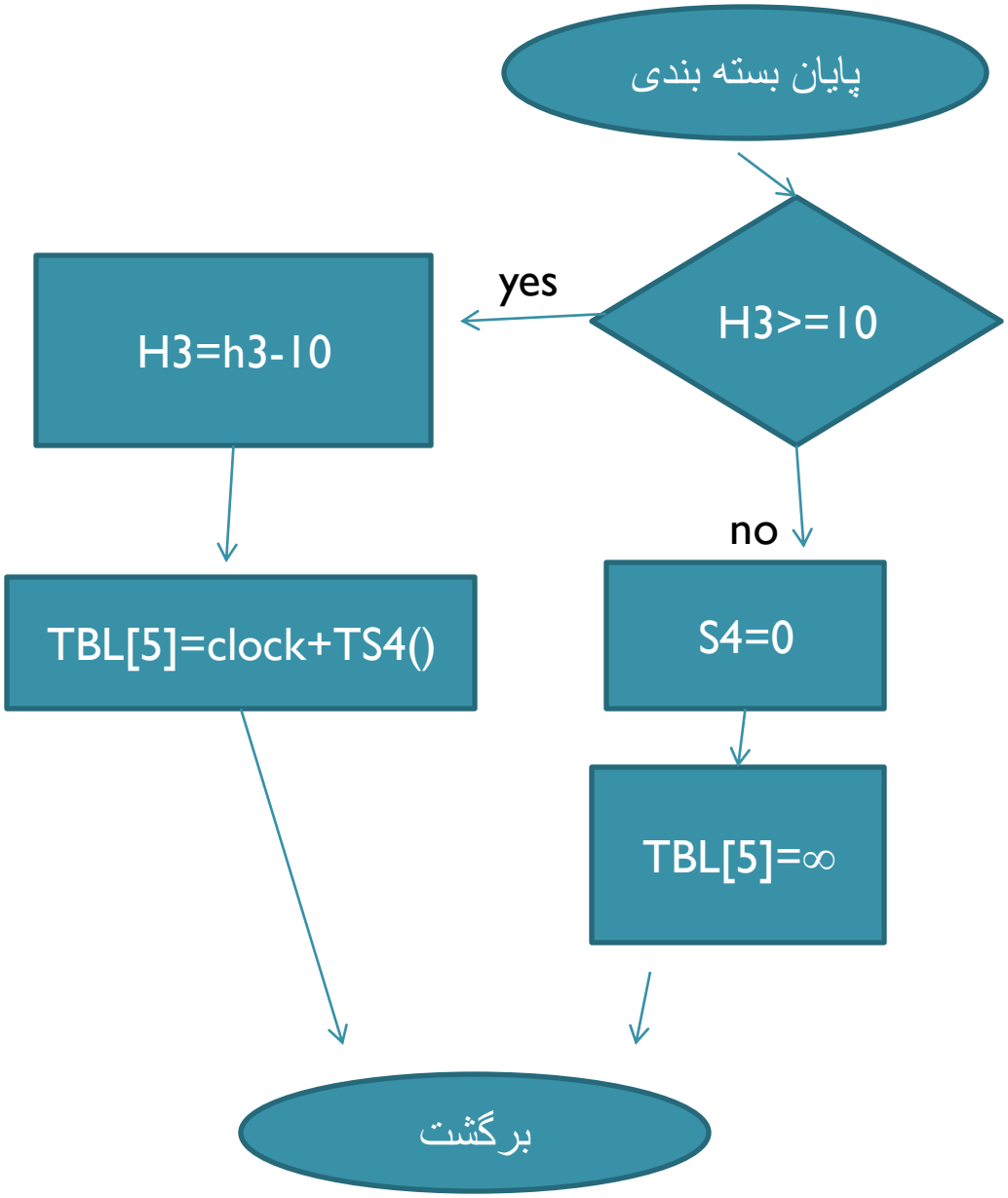
تولید دایره بر مربع ارجحیت دارد.


ورود مواد اولیه
TBL[1]=clock+FV()
h=h+m
S1=0
yes
no
a
H>V1
yes
no
S1=1
TBL[2]=clock+Ts1()
h=h-V1
a
برگشت
a
S2=0
yes
no
c
H>V2
no
c
yes
S2=1
TBL[3]=clock+Ts2()
h=h-V2


پایان تولید دایره
H>V1
بله
TBL[2]=clock+Ts1
h=h-V1
خیر
S1=0
TBL[2]=∞
H1=h1+1
S3=0
بله
H1=3
H2>=2
بله
Sumt=sumt+(clock-LT)
H1=h1-3
S3=1
H2=h2-2
TBL[4]=clock+
TS3()
خیر
خیر
برگشت

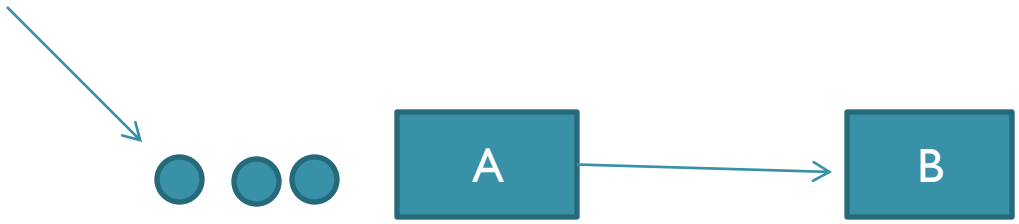

پایان تولید مربع
H>V2
بله
TBL[3]=clock+Ts2()
h=h-V2
خیر
S2=0
TBL[3]=∞
H2=h2+1
H1<3
H2=2
S3=0
خیر
S3=0
بله
H2>=2
H1>=3
S3=1
TBL[4]=clock+ts3()
H2=h2-2
H1=h1-3
بله
LT=clock
خیر
خیر
برگشت


پایان مونتاژ
H3=h3+1
S4=0
H3=10
بله
H3=h3-10
S4=1
TBL[5]=clock+TS4()
خیر
H1>=3
H2>=2
بله
H1=h1-3
H2=h2-2
TBL[4]=clock+TS3()
خیر
H2>=2
خیر
S4=0
TBL[4]=∞
بله
LT=clock
برگشت


پایان بسته بندی
H3>=10
yes
H3=h3-10
no
TBL[5]=clock+TS4()
S4=0
TBL[5]=∞
برگشت

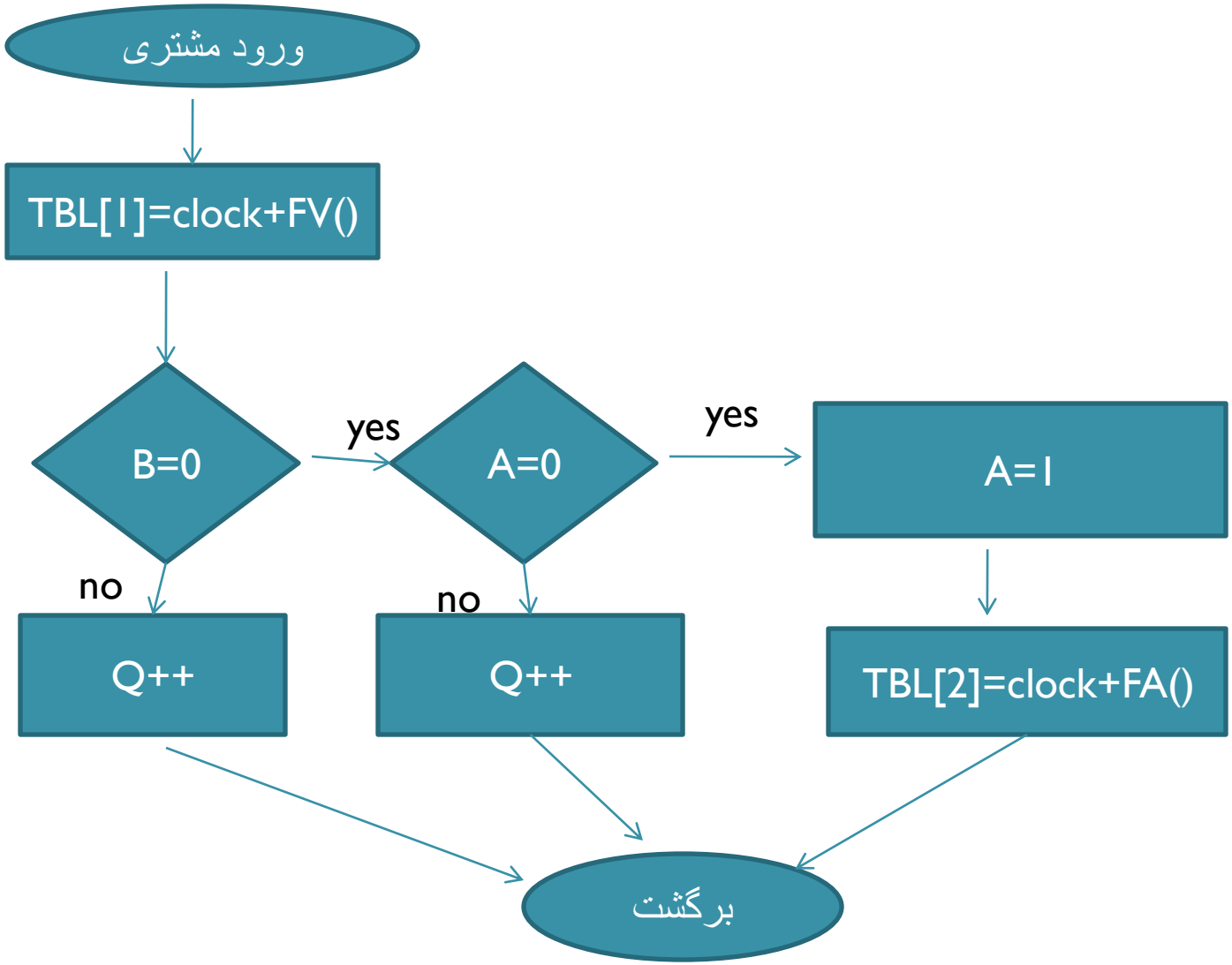
مثال۱۰:سیستمی را در نظر بگیرید که در آن دو سرویس دهنده وجود دارد. و امکان تشکیل صف قبل از سرویس دهنده دوم وجود ندارد سیستم را مدلسازی نمایید.

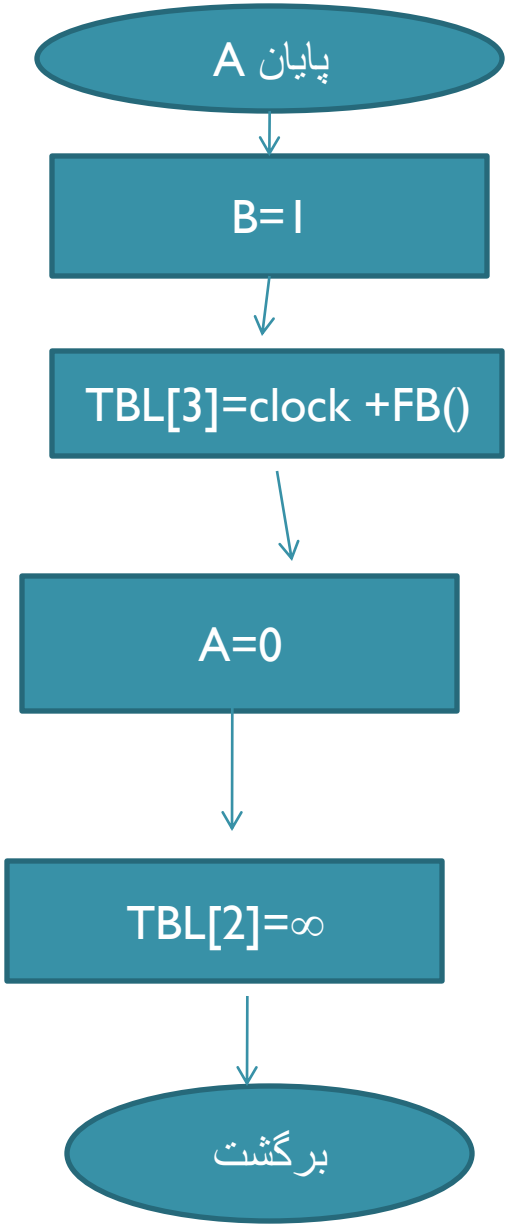
حالت اول:

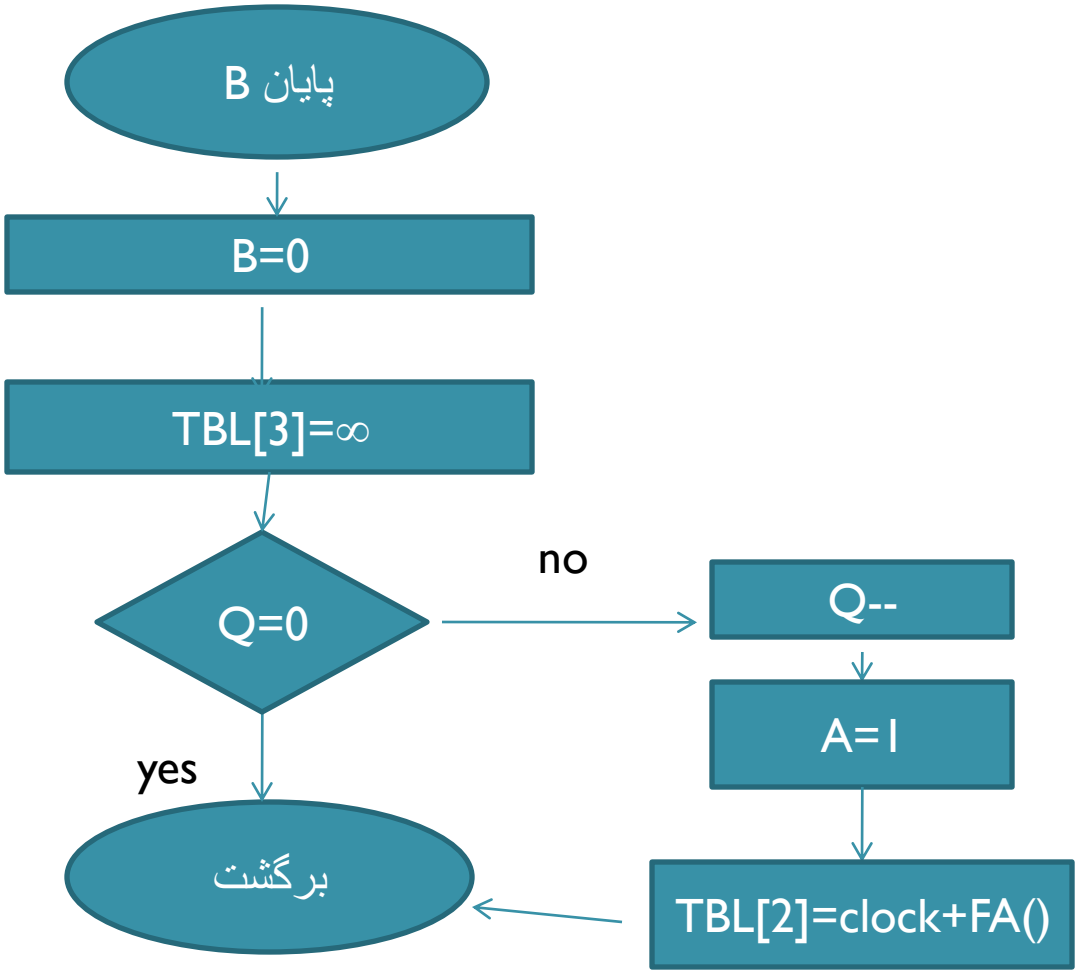


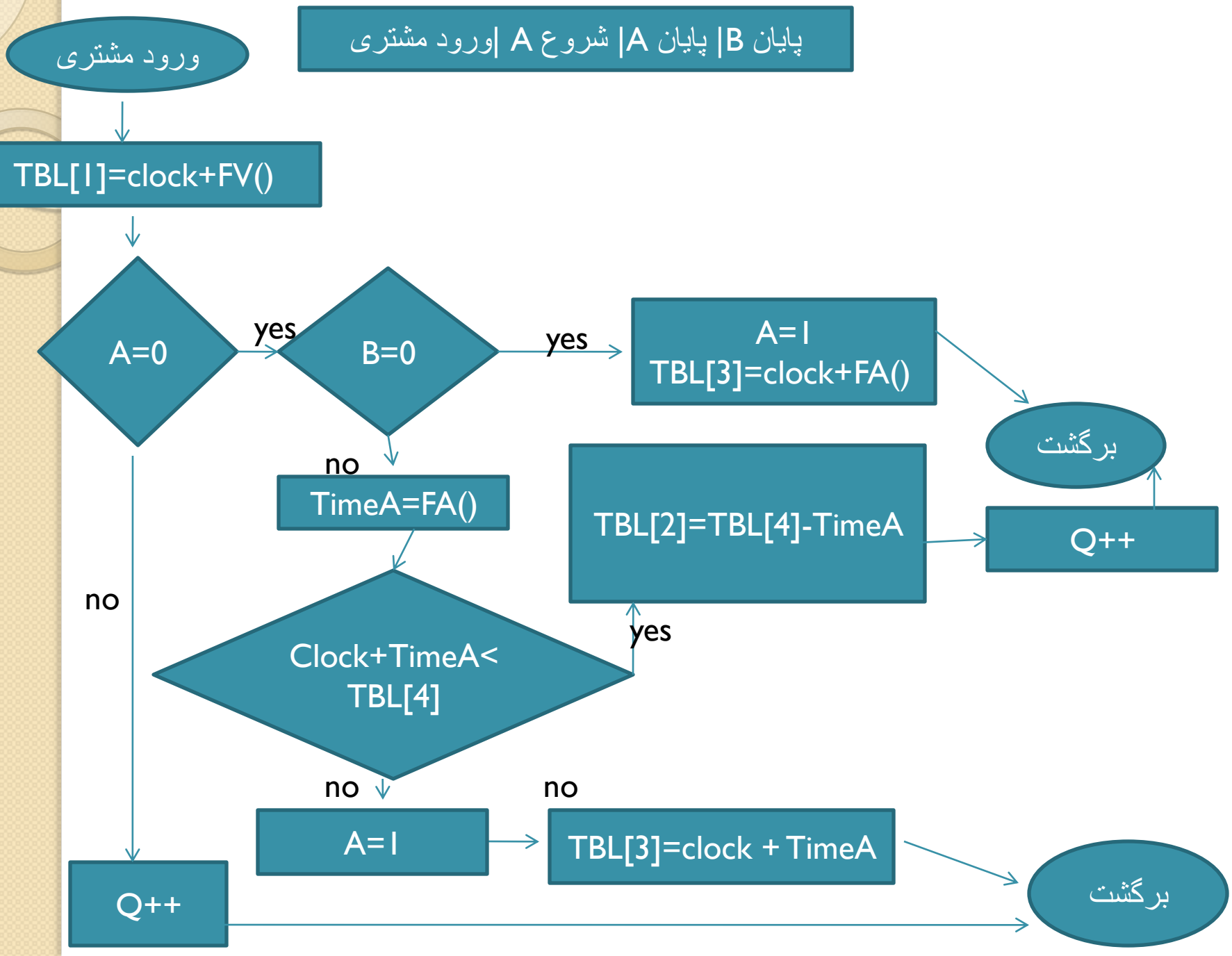
پایان B | پایان A | ورود مشتری

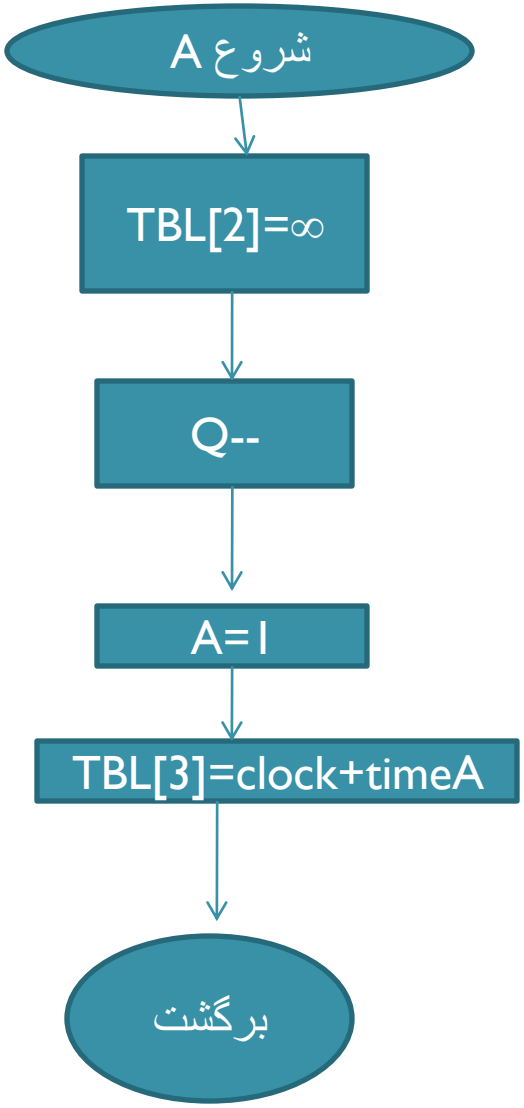
پایان B | پایان A | ورود مشتری

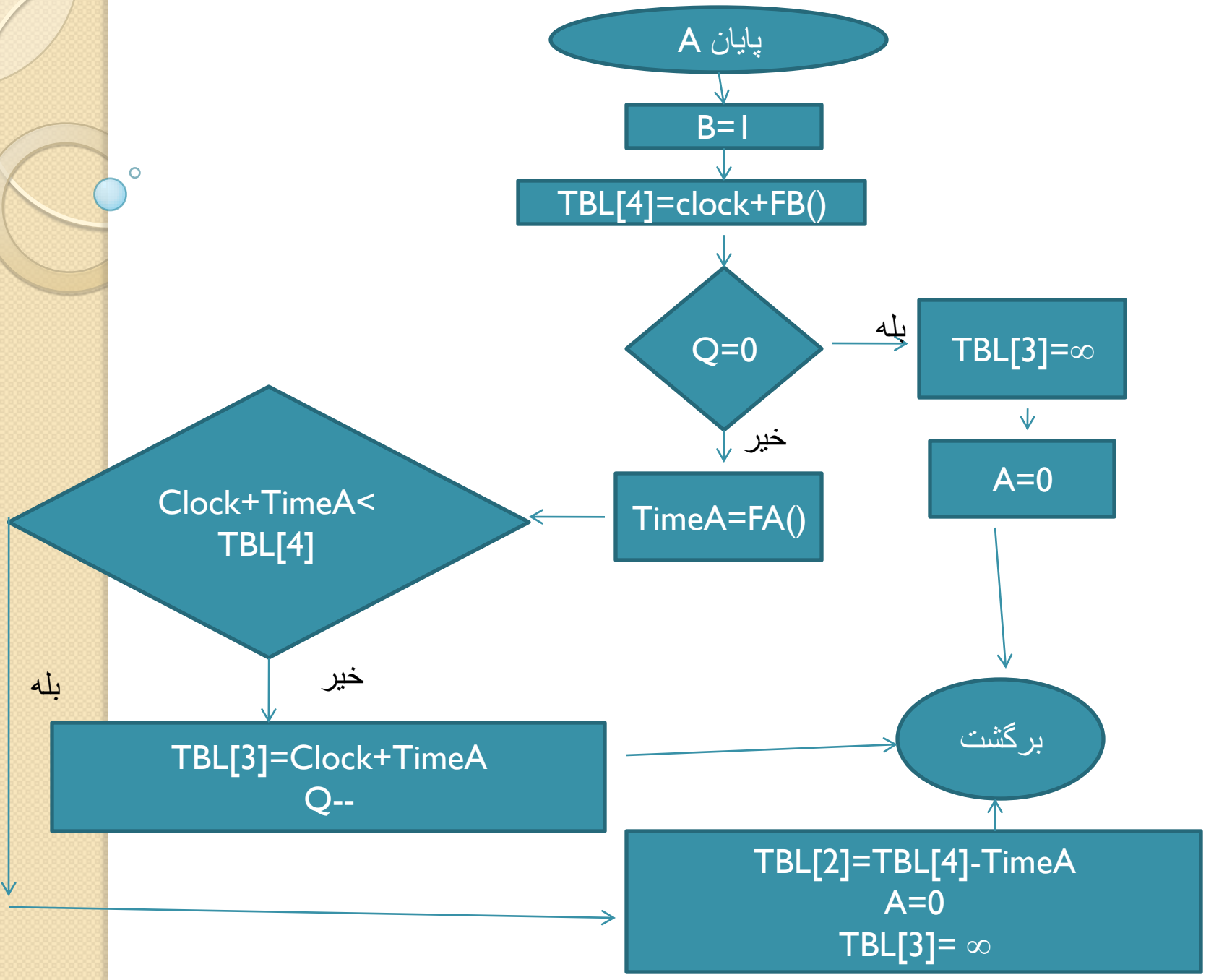


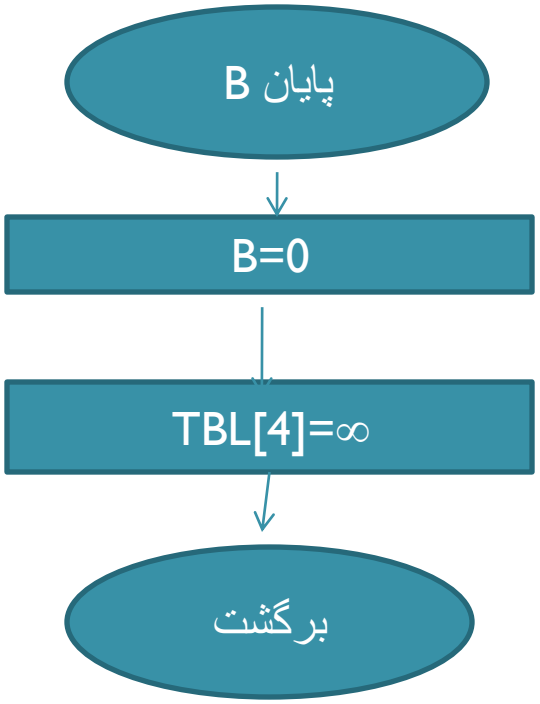

پایان A
B=1
TBL[3]=clock +FB()
A=0
TBL[2]=∞
برگشت


پایان B
B=0
TBL[3]=∞
Q=0
no
Q--
A=1
yes
برگشت
TBL[2]=clock+FA()


ورود مشتری
پایان B| پایان A| شروع A |ورود مشتری
TBL[1]=clock+FV()
A=0
yes
B=0
yes
A=1
TBL[3]=clock+FA()
برگشت
no
TimeA=FA()
TBL[2]=TBL[4]-TimeA
Q++
no
Clock+TimeA<
TBL[4]
yes
no
no
A=1
TBL[3]=clock + TimeA
Q++
برگشت


شروع A
TBL[2]=∞
Q--
A=1
TBL[3]=clock+timeA
برگشت

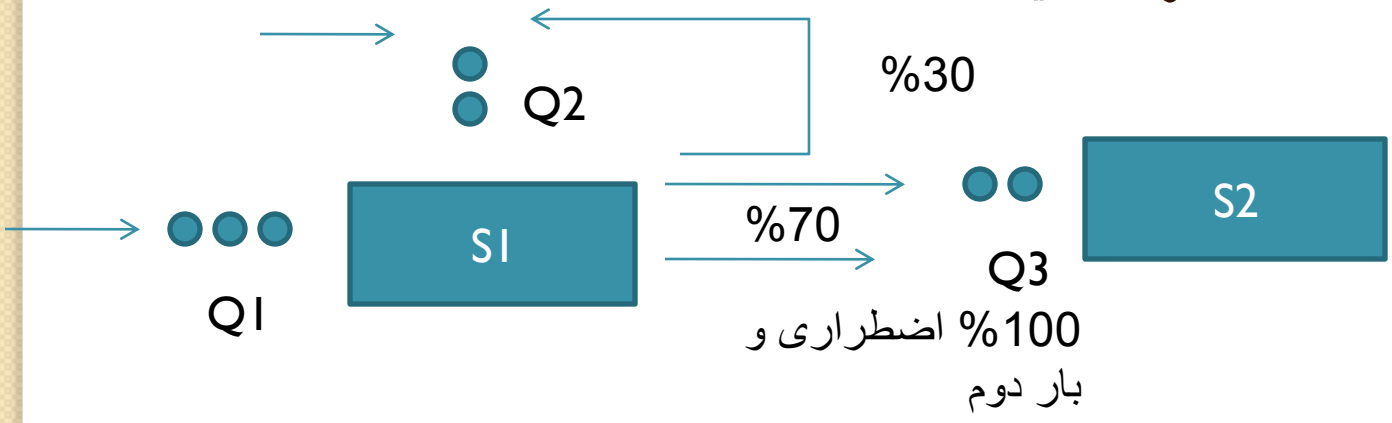

پایان A
B=1
TBL[4]=clock+FB()
Q=0
بله
TBL[3]=∞
A=0
خیر
TimeA=FA()
Clock+TimeA<
TBL[4]
بله
خیر
TBL[3]=Clock+TimeA
Q--
برگشت
TBL[2]=TBL[4]-TimeA
A=0
TBL[3]= ∞


پایان B
B=0
TBL[4]=∞
برگشت

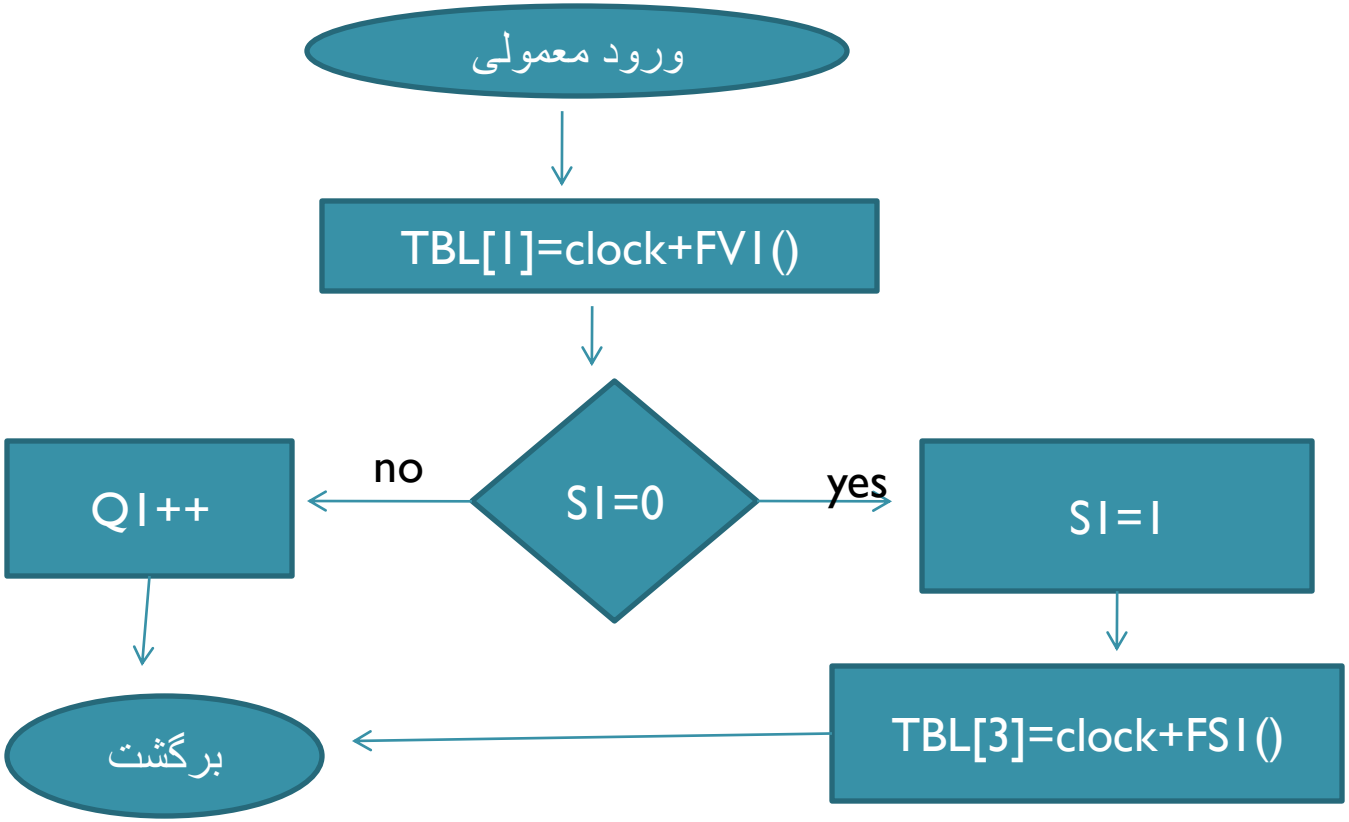
مثال۱۱: سیستمی به صورت زیر داده شده است. دو نوع مشتری معمولی و اضطراری وجود دارد مشتری معمولی در صف Q1 و مشتری اضطراری و مشتریانی که می‌خواهند برای بار دوم سرویس دریافت کنند در صف Q2 قرار می گیرند. سیستم را به مدت معینی شبیه سازی نمایید و تعیین کنید چند مشتری نیاز به دریافت سرویس برای بار دوم پیدا کرده اند. بین Q1 و Q2 اولویت با Q2 است.

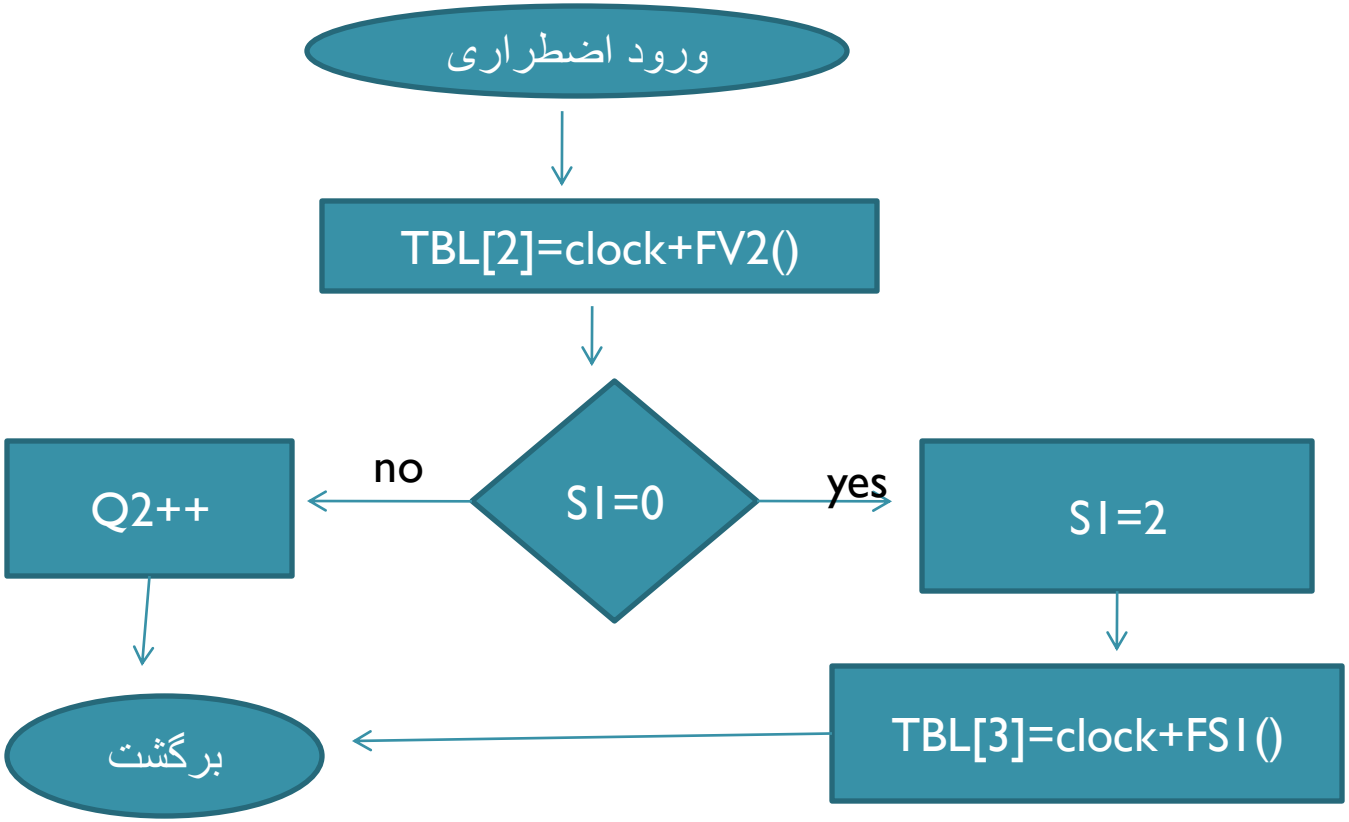
فاصله بین ورود معمولی FV1()

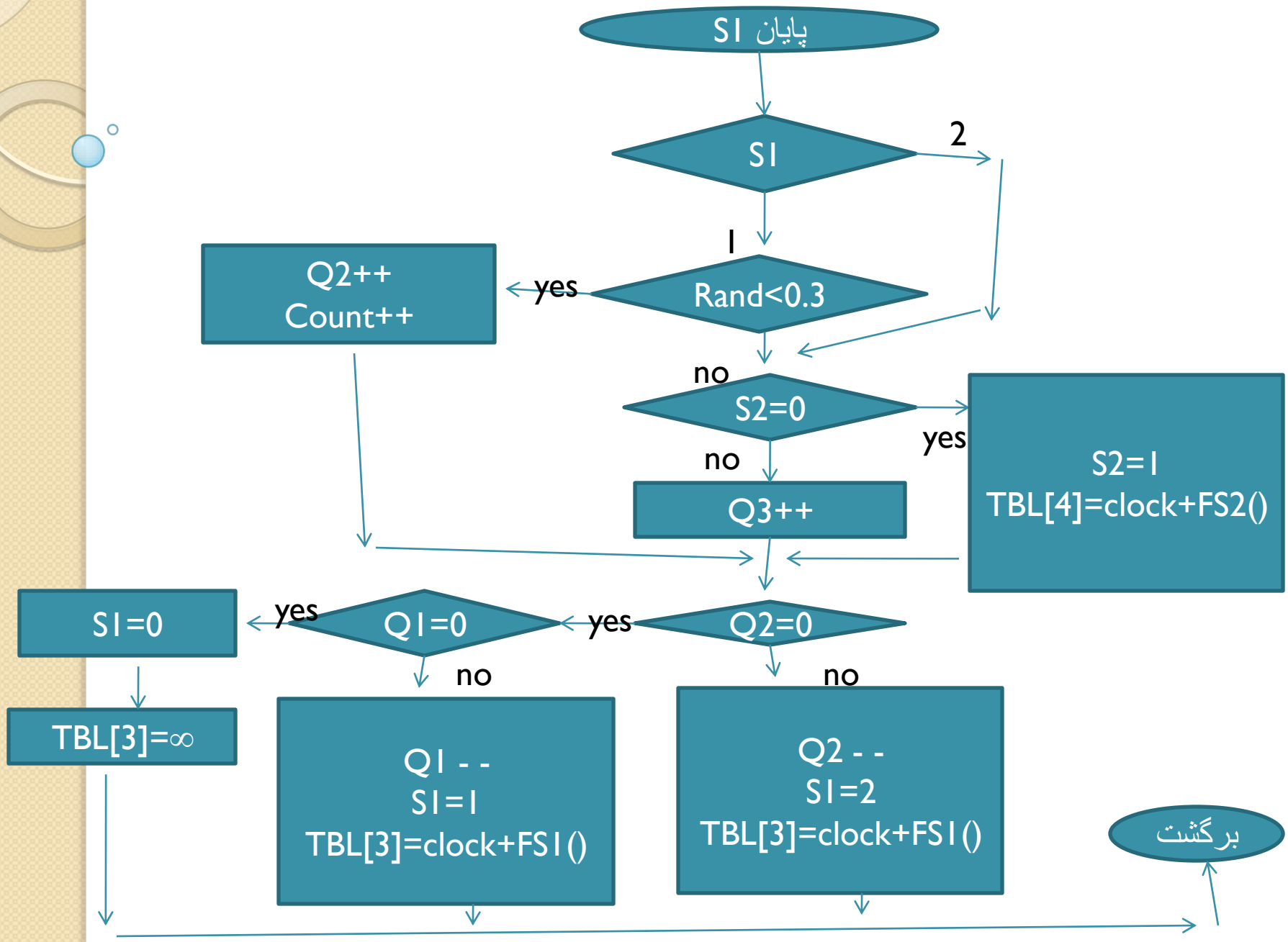
فاصله بین ورود اضطراری FV2()

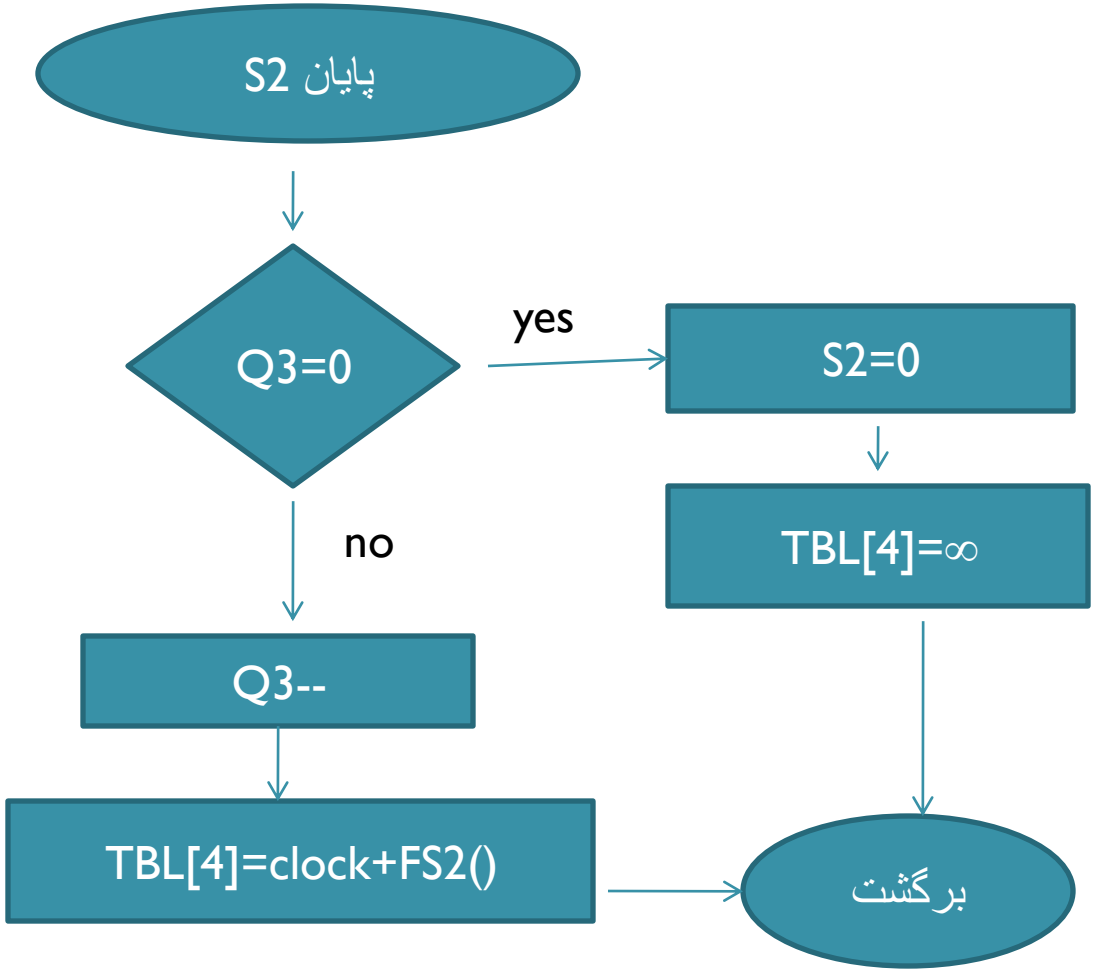


پایان S2| پایان S1 | ورود اضطراری | ورود معمولی

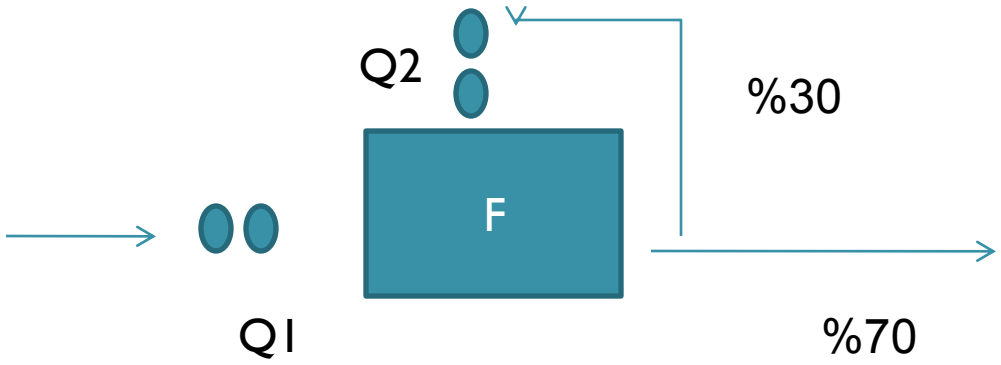



ورود اضطراری
TBL[2]=clock+FV2()
S1=0
no
yes
Q2++
S1=2
TBL[3]=clock+FS1()
برگشت


پایان S1
S1
2
1
Rand<0.3
yes
Q2++
Count++
no
S2=0
yes
S2=1
TBL[4]=clock+FS2()
no
Q3++
Q2=0
yes
Q1=0
yes
S1=0
TBL[3]=∞
no
Q1 - -
S1=1
TBL[3]=clock+FS1()
no
Q2 - -
S1=2
TBL[3]=clock+FS1()
برگشت


پایان S2
Q3=0
yes
S2=0
TBL[4]=∞
no
Q3--
TBL[4]=clock+FS2()
برگشت

مثال۱۲: یک دستگاه فکس را در نظر بگیرید که پیام ها بر اساس تابع FV()وارد شده و اگر دستگاه فکس مشغول باشد در صف قرار می گیرد. فرض کنید که ۷۰٪ پیام ها نیاز به جواب ندارند و ۳۰٪ آنها نیاز به جواب دارند. مدت زمان آماده شدن جواب TA() می باشد.اگر فکس مشغول باشد جوابها نیز در یک صف قرار می گیرند. مدت زمان ارسال پیام TS1 و مدت زمان دریافت جواب TS2 است. در طول مدت شبیه سازی چند جواب دریافت شده است. اولویت با ارسال پیام است.

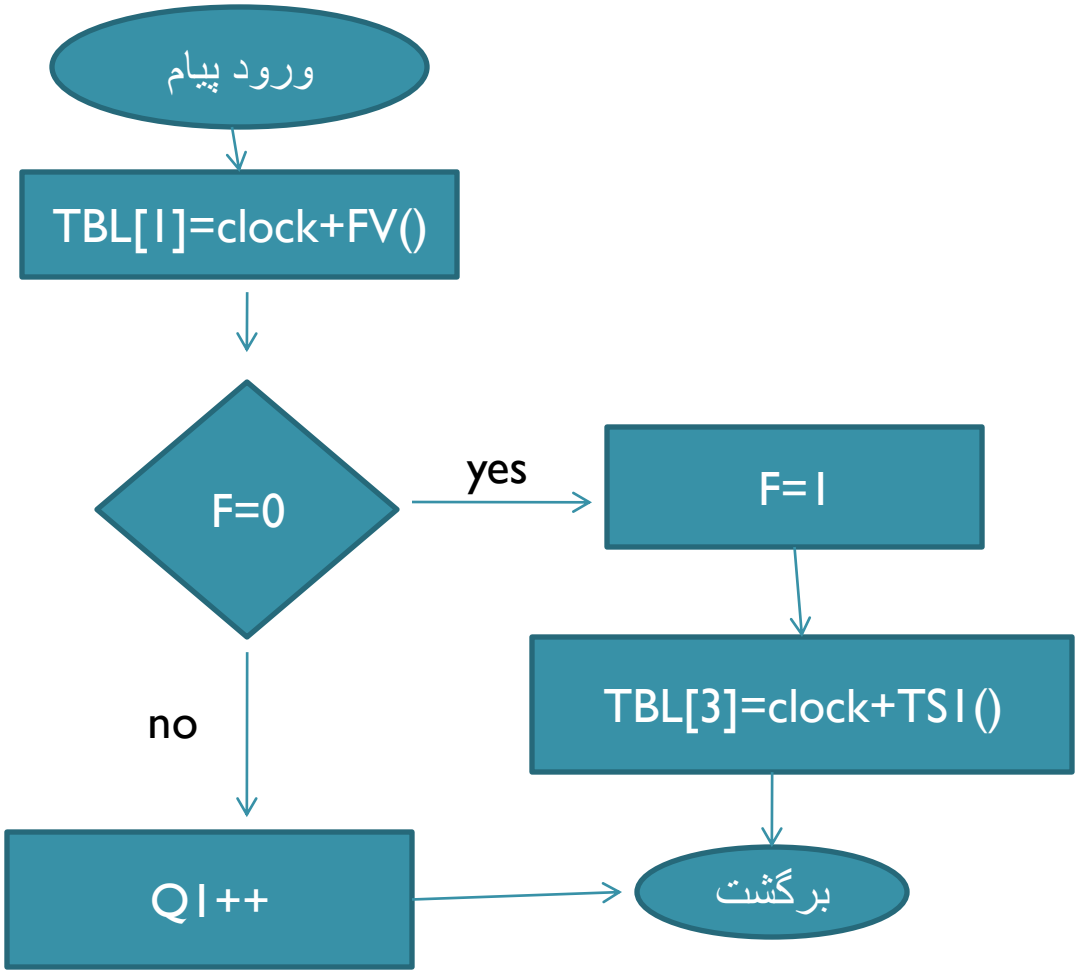


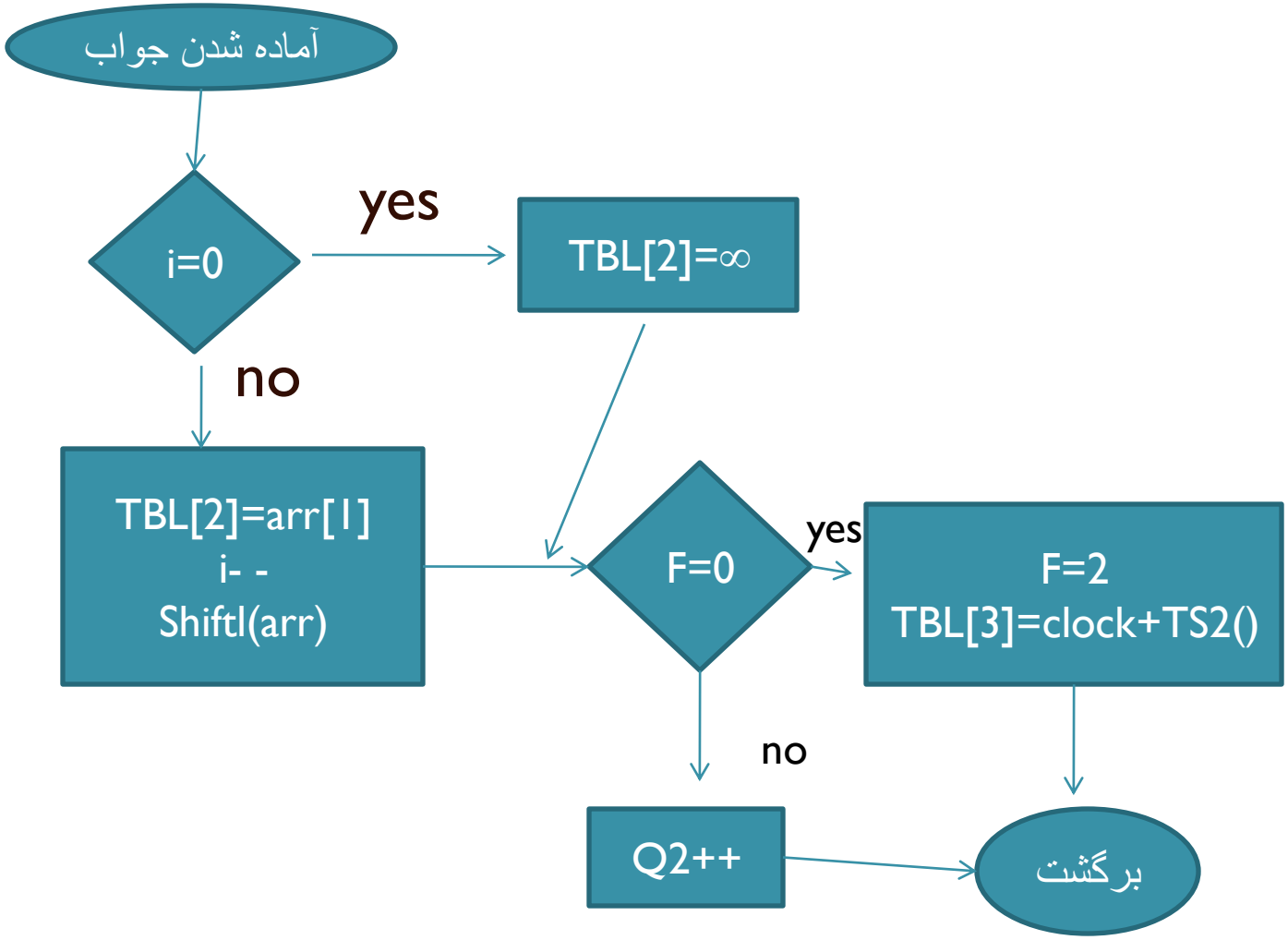
F=0 آزاد

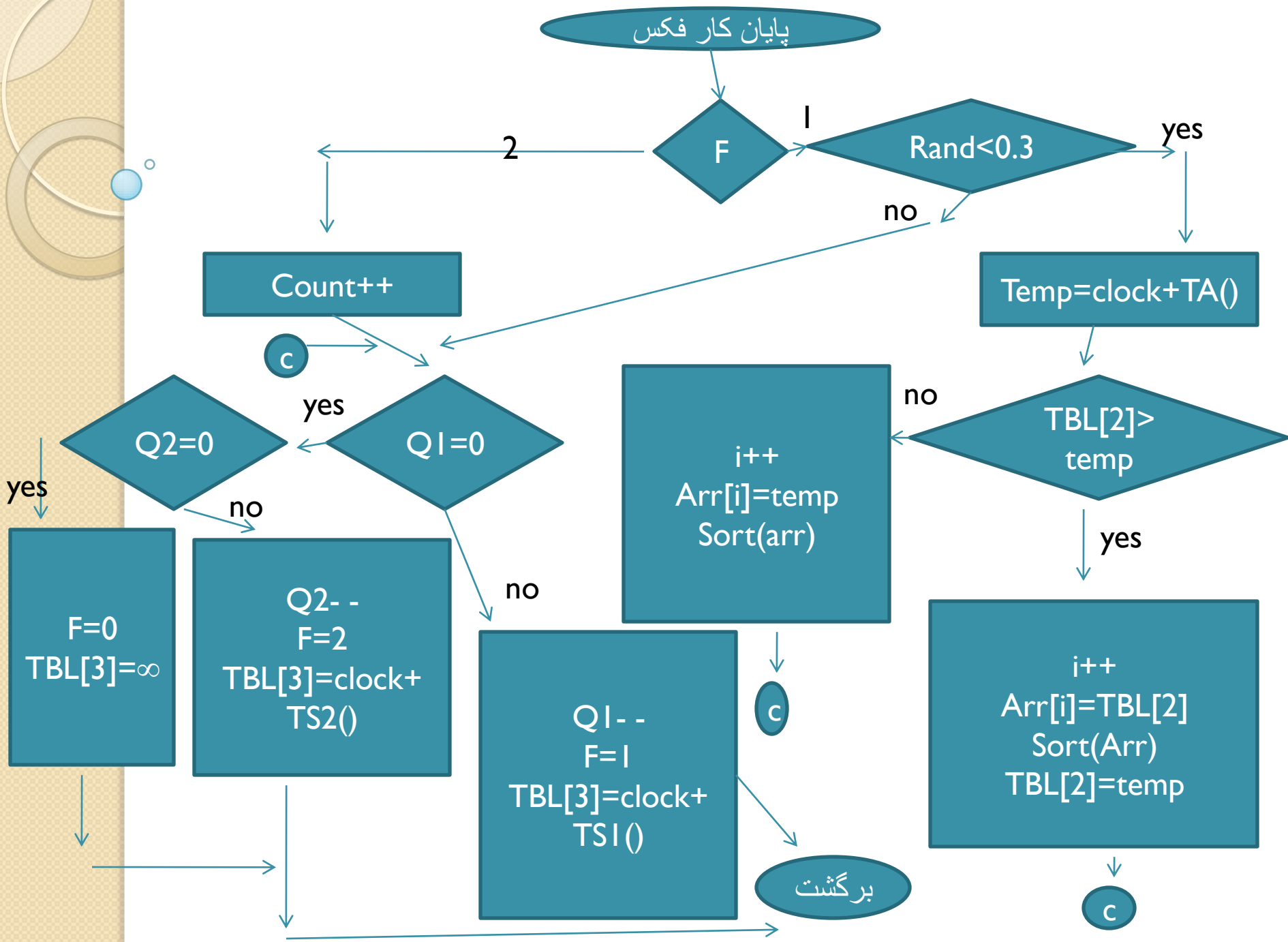
F=1 در حال ارسال پیام

F=2 در حال دریافت جواب

پایان فاکس |آماده شدن جواب | ورود پیام




آماده شدن جواب
i=0
yes
TBL[2]=∞
no
TBL[2]=arr[1]
i- -
Shiftl(arr)
F=0
yes
F=2
TBL[3]=clock+TS2()
no
Q2++
برگشت


پایان کار فکس
F
1
2
Rand<0.3
yes
no
Count++
Temp=clock+TA()
c
Q2=0
yes
Q1=0
no
TBL[2]>
temp
yes
no
i++
Arr[i]=temp
Sort(arr)
yes
no
F=0
TBL[3]=∞
Q2- -
F=2
TBL[3]=clock+
TS2()
Q1- -
F=1
TBL[3]=clock+
TS1()
c
i++
Arr[i]=TBL[2]
Sort(Arr)
TBL[2]=temp
برگشت
c

تولید اعداد تصادفی

خواص اعداد تصادفی:

یکنواختی: اگر فاصله (۱و۰) به n رده یا زیر فاصله مساوی تقسیم شود، انتظار می رود که از N مشاهده N/n انها در هر رده قرار گیرد.

استقلال: احتمال حصول یک مشاهده در یک رده خاص مستقل از محل قرار گرفتن سایر مشاهده ها است.

روشهای مختلف تولید اعداد تصادفی

۱- روش میان مربعی:

این روش با یک عدد اولیه به نام هسته شروع به کار می کند. روال کار چنین است که هسته را مربع می کنند و ارقام میانی آنرا تعیین و می نویسند.

مثال۱۳:

$X_0=5497$

$$X_0^2 = (5497)^2 = 30217009 => X_1 = 2170 => R_1 = 0.2170$$

$$X_1^2 = (2170)^2 = 04708900 => X_2 = 7089 => R_2 = 0.7089$$

$$X_2^2 = (7089)^2 = 50253921 => X_3 = 2539 => R_3 = 0.2539$$

مثال ١٤:

$X_0=5197$

$$X_0^2 = (5197)^2 = 27008809 => X_1 = 0088 => R_1 = 0.0088$$

$$X_1^2 = (0088)^2 = 00007744 => X_2 = 0077 => R_2 = 0.0077$$

$$X_2^2 = (0077)^2 = 00005929 => X_3 = 0059 => R_3 = 0.0059$$

مثال15:

$X_0=6500$

$$X_0^2 = (6500)^2 = 42250000 => X_1 = 2500 => R_1 = 0.2500$$

$$X_1^2 = (2500)^2 = 06250000 => X_2 = 2500 => R_2 = 0.2500$$

۲- روش میان ضربی

- این روش مانند روش میان مربعی است و با انتخاب دو هسته انجام می شود.

مثال۱۶:اگر $X_1 = 2938$ $X_0 = 7229$ آنگاه داریم:

$$X_0 * X_1 = 7229 * 2938 = 21238802 => X_2 = 2388 => R_2 = 0.2388$$

$$X_1 * X_2 = 2938 * 2388 = 07015944 => X_3 = 0159 => R_3 = 0.0159$$

۳- روش مضرب ثابت

این روش مانند میان ضربی است و تنها یک ضریب ثابت دارد

مثال۱۷: اگر $X_1 = 7223$ $K = 3987$ آنگاه داریم

$$K * X_1 = 3987 * 7223 = 28798101 => X_2 = 7981 => R_2 = 0.7981$$

$$K * X_2 = 3987 * 7981 = 31820247 => X_3 = 8202 => R_3 = 0.8202$$

٤- روش همنهشتی جمعی

این روش با یک دنباله nتایی مانند $X_1, X_2, X_3 \dots X_n$ شروع به کار می کند و بر اساس فرمول زیر کار می کند.

$$X_i = (X_{i-1} + X_{i-n})\ mod\ m, \quad i = n+1, n+2, \dots$$

مثال: فرض کنید n=5 باشد و دنباله اعداد تصادفی X_5, X_4, X_3, X_2, X_1 به ترتیب ٥٧، ٣٤، ٨٩، ٩٢ و ١٦ باشد. برای m برابر ١٠٠ از روش همنهشتی جمعی استفاده کنید و دنباله اعداد تصادفی را تولید کنید.

$$X_6 = (X_5 + X_1) mod\ 100 = 73\ mod\ 100 = 73$$

$$X_7 = (X_6 + X_2) mod\ 100 = 107\ mod\ 100 = 7$$

$$X_8 = (X_7 + X_3) mod\ 100 = 96\ mod\ 100 = 69$$

۵- مولدهای همنهشتی خطی

در این روش اعداد صحیح بر اساس فرمول زیر بدست می آید.

$$X_i = (aX_{i-1} + c) mod\ m \quad i = 1,2,\ldots$$

در رابطه فوق a و cو m اعداد صحیح هستند

مثال۱۸: فرض کنید هسته اولیه برابر 27 و a=17 و c=43 وm=100 باشد.

$$X_1 = (17 * 27 + 43) mod\ 100 = 502\ mod\ 100 = 2$$

$$X_2 = (17 * 2 + 43) mod\ 100 = 77\ mod\ 100 = 77$$

قضیه: شرایط زیر منجر به تولید اعداد تصادفی با حداکثر طول دنباله می شود.

الف- m و c نسبت به هم اول باشند.

ب-باقیمانده a بر عوامل اول m برابر ۱ باشد.

ج- اگر m مضرب ٤ باشد باقیمانده a بر ٤ نیز برابر ۱ باشد.

تولید مقدار تصادفی

روش تبدیل معکوس

اگر تابع توزیع احتمال متغییر تصادفی X یعنی F(x)چنان ساده باشد که معکوس آن به راحتی قابل محاسبه باشد می توان از این روش استفاده کرد. و مراحل آن به شکل زیر می باشد.

گام اول: محاسبه تابع توزیع احتمال متغییر تصادفی

گام دوم: R=F(x) را در نظر گرفته و بر اساس آن X را بدست می آوریم.

مثال۱۹: اگر X دارای توزیع نمایی باشد تابع مولدی برای آن بدست آورید.

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

تابع توزیع تجمعی برابر است با

$$F(x) = 1 - e^{\lambda x}$$

$$R = 1 - e^{\lambda x}$$

$$X = -\frac{1}{\lambda} \ln (1 - R)$$

$$X = -\frac{1}{\lambda} \ln (R)$$

مثال۲۰: اگر X دارای توزیع یکنواخت باشد تابع مولدی برای آن بدست آورید.

$X \sim U(a,b)$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & a \le x \le b \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

تابع توزیع تجمعی برابر است با:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & a \le x \le b \\ 1 & x > b \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{X-a}{b-a} = R \quad => \quad X = a + (b-a)R$$

مثال۲۰: اگر X دارای توزیع مثلثی باشد تابع مولدی برای آن بدست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \le x \le 1 \\ 2 - x & 1 < x \le 2 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

تابع توزیع تجمعی برابر است با:

$$F(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{2} & 0 < x \le 1 \\ 1 - \dfrac{(2-x)^2}{2} & 1 < x \le 2 \end{cases}$$

به ازای $0 \le x \le 1$ داریم:

$$R = \frac{x^2}{2}$$

که با توجه به بازه x داریم:

$$0 \le R \le \frac{1}{2}$$

به ازای $1 \le x \le 2$ داریم:

$$R = 1 - \frac{(2-x)^2}{2}$$

که با توجه به بازه x داریم:

$$\frac{1}{2} \le R \le 1$$

بنابراین داریم:

$$X = \begin{cases} \sqrt{2R} & 0 \le x \le \frac{1}{2} \\ 2 - \sqrt{2(1-R)} & \frac{1}{2} < x \le 1 \end{cases}$$

تابع مولد توزیع نرمال(روش قضیه حد مرکزی)

قضیه حد مرکزی: مجموع n متغیر تصادفی مستقل و هم توزیع X1 ,X2,...,Xn با میانگین μ و واریانس σ^2 ، تقریبا توزیع نرمال با میانگین $n\mu$ و واریانس $n\sigma^2$ است. اگر متغیرهای تصادفی فوق دارای توزیع یکنواخت بین صفر ویک باشند آنگاه برای هر یک از متغیرهای تصادفی فوق $\mu = 0.5$ و $\sigma^2 = {}^1/_{12}$

در نتیجه $\sum_{i=1}^{n} X_i = N(0.5 \times n, {}^n/_{12})$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - 0.5n}{\sqrt[2]{\frac{n}{12}}} = N(0,1)$$

هرچه تعداد متغیرهای تصادفی بیشتر باشد تخمین فوق بهتر است.

برای n=12 داریم:

$$Z = \sum_{i=1}^{12} X_i - 6 = N(0,1)$$

حال برای تولید هر متغیر تصادفی نرمال با پارامترهای مختلف می توان به صورت زیر عمل کرد

$$Y = \mu + \sigma Z$$

تابع مولد توزیع نرمال(روش تبدیل مستقیم)

دو متغیر تصادفی نرمال استاندارد Z_1 و Z_2 را در نظر بگیرید. داریم

$Z_1 = \beta \sin(\theta)$ و $Z_2 = \beta \cos(\theta)$ همچنین $\beta^2 = Z_1^2 + Z_2^2$ داری توزیع مربع کای با دو درجه آزادی می باشد که همان توزیع نمایی با میانگین ۲ است.

بنابراین $\beta^2 = -2Ln(R)$ پس داریم $\beta = \sqrt[2]{-2Ln(R)}$ در نتیجه می توان نوشت:

$$Z_1 = \sqrt[2]{-2Ln(R_1)}\sin(2\pi R_2)$$

$$Z_2 = \sqrt[2]{-2Ln(R_1)}\cos(2\pi R_2)$$